

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Маланичева Наталья Николаевна  
Должность: директор филиала  
Дата подписания: 08.09.2021 15:30:38  
Уникальный программный идентификатор:  
94732c3d953a82d495dcc3155d5c573883fedd18

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
(СамГУПС)

Филиал СамГУПС в г. Нижнем Новгороде

РАССМОТРЕНА  
на заседании Ученого совета филиала  
СамГУПС в г. Нижнем Новгороде  
протокол от 22 июня 2021 г. № 3

УТВЕРЖДАЮ:  
и.о. директора филиала  
 Н.Н. Маланичева  
12 июля 2021 г.

**Математическое моделирование**  
**систем и процессов**  
**рабочая программа дисциплины**

Специальность 23.05.06 Строительство железных дорог,  
мостов и транспортных тоннелей

Специализация: Управление техническим состоянием  
железнодорожного пути

Форма обучения: очная

Нижний Новгород 2021

Программу составил: Архаров Е.В.

Рабочая программа разработана в соответствии с ФГОС:  
Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по специальности 23.05.06 Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей специализация «Управление техническим состоянием железнодорожного пути» утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «27» марта 2018 г. № 218.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры «Общеобразовательные и профессиональные дисциплины»

Протокол от «19» июня 2021 г. № 10

Зав. кафедрой, канд. техн. наук, проф. \_\_\_\_\_



Подпись

И.В. Каспаров

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

## 1.1. Цели и задачи дисциплины (модуля)

Изучение дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов» составляет фундамент профессиональной подготовки специалистов. Дисциплина базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин математика, физика, информатика, теоретическая механика, инженерная геодезия и геоинформатика, инженерная геология, электротехника и электромеханика, информационные технологии в строительстве и др.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов» будут служить базисом для изучения блока специальных дисциплин, таких как цифровые технологии в профессиональной деятельности, проектирование и расчет элементов железнодорожного пути, компьютерное моделирование в среде конечно-элементного анализа и др.

Цель дисциплины - формирование у обучающихся компетенций в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом.

Дисциплина «Математическое моделирование систем и процессов» должна помочь обучающимся сформировать практические навыки в области построения и применения математических моделей транспортных процессов. С этой целью особое внимание уделяется взаимосвязи данного предмета с другими изучаемыми дисциплинами.

## 1.2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)

Индикатор	Результаты освоения учебной дисциплины
<b>ОПК-1.</b> Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.	
ОПК-1.4. Применяет методы математического анализа и моделирования для решения прикладных задач профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> - методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.
	<b>Уметь:</b> - применять методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.
	<b>Владеть:</b> - методами математического анализа и моделирования профессиональной деятельности для обоснованного принятия решений.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «Математическое моделирование систем и процессов» относится к обязательной части Блока Б1 «Дисциплины (модули)».

Код дисциплины	Наименование дисциплины	Коды формируемых компетенций, индикаторов
Осваиваемая дисциплина		

Б1.О.36	Математическое моделирование систем и процессов	ОПК-1 (ОПК-1.4)
<b>Предшествующие дисциплины</b>		
	нет	
<b>Дисциплины, осваиваемые параллельно</b>		
	нет	
<b>Последующие дисциплины</b>		
Б3.01	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	ОПК-1 (ОПК-1.4)

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделяемых на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

**3.1. Распределение объема учебной дисциплины (модуля) на контактную работу с преподавателем и самостоятельную работу обучающихся**

Вид учебной работы	Всего часов по учебному плану	Курсы (семестры)
		4 (7; 8)
Общая трудоемкость дисциплины:		
- часов	216	216
- зачетных единиц	6	6
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), часов</b>	84,9	84,9
<i>из нее аудиторные занятия, всего</i>	84,9	84,9
в т.ч.		
лекции	34	34
практические занятия	50	50
лабораторные работы		
КА	0,9	0,9
КЭ		
в т.ч. в интерактивной форме		
<b>Самостоятельная подготовка к экзаменам в период экзаменационной сессии (контроль)</b>		
<b>Самостоятельная работа (всего), часов</b>	131,1	131,1
в т.ч. на выполнение:		
контрольной работы		
расчетно-графической работы	18	18
реферата		
курсовой работы		
курсового проекта		
Виды промежуточного контроля	За, ЗаО	За, ЗаО
Текущий контроль (вид, количество)	РГР(1)	РГР(1)

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1. Темы и краткое содержание курса**

## **Тема 1. Основные понятия математического моделирования**

Понятие моделирования объекта или процесса будущих действий. Классификация моделей. Понятие математической модели.

## **Тема 2. Методы математического моделирования**

Классификация методов решения математических задач. Численный метод как основной инструмент для решения сложных математических задач.

## **Тема 3. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений**

Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений с одной переменной: отделение корней, метод половинного деления, методы хорд и касательных, комбинированный метод. Апостериорные оценки погрешностей методов.

## **Тема 4. Метод простой итерации**

Метод простой итерации: обоснование сходимости, оценка точности. Принцип сжимающих отображений в метрических пространствах. Применение к системам линейных и нелинейных уравнений.

## **Тема 5. Интерполирование**

Интерполирование функций: постановка задачи и ее разрешимость. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешностей формул. Кусочно-полиномиальное интерполирование: кубические сплайны.

## **Тема 6. Численное дифференцирование и интегрирование**

Особенности задач численного дифференцирования. Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул. Оценка остаточного члена. Применение квадратурной формулы Ньютона-Котеса для численного интегрирования. Метод трапеций и метод Симпсона. Оценка погрешностей методов.

## **Тема 7. Численное решение дифференциальных уравнений**

Решение дифференциальных уравнений первого порядка, применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши. Метод последовательных приближений. Методы численного интегрирования дифференциальных уравнений типа Рунге-Кутты: метод ломаный Эйлера, метод Эйлера-Коши, метод четвертого порядка точности.

## **Тема 8. Линейное программирование**

Математическая модель задачи линейного программирования. Каноническая форма и приведение к ней общей задачи линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Задачи с двумя и с  $n$  переменными. Свойства решений задач линейного программирования. Многоугольники и многогранники. Экстремум целевой функции. Опорное решение задачи линейного программирования, его взаимосвязь с угловыми точками.

## **Тема 9. Симплексный метод**

Задача об использовании сырья; алгоритм симплексного метода ее решения.

Нахождение начального опорного решения и переход к новому опорному решению. Преобразование целевой функции. Улучшение опорного решения. Метод искусственного базиса и особенности его алгоритмов. Теория двойственности. Виды математических моделей двойственных задач. Правила составления двойственных задач. Первая и вторая теоремы двойственности.

#### 4.2. Распределение часов по темам и видам учебной работы

Названия разделов и тем	Всего часов по учебному плану	Виды учебных занятий		
		Контактная работа (Аудиторная работа)		СР
		ЛК	ПЗ	
4 курс				
7 семестр				
Тема 1. Основные понятия математического моделирования	18	2	2	14
Тема 2. Методы математического моделирования	18	2	2	14
Тема 3. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений	27,35	6	6	15,35
Тема 4. Метод простой итерации	22	4	4	14
Тема 5. Интерполирование	22	4	4	14
КА	0,65			
КЭ				
Контроль				
Всего за 7 семестр	108	18	18	71,35
8 семестр				
Тема 6. Численное дифференцирование и интегрирование	27	4	8	15
Тема 7. Численное решение дифференциальных уравнений	27	4	8	15
Тема 8. Линейное программирование	26,75	4	8	14,75
Тема 9. Симплексный метод	27	4	8	15
КА	0,25			
КЭ				
Контроль				
Всего за 8 семестр	108	16	32	59,75
<b>Итого за 4 курс</b>	<b>216</b>	<b>34</b>	<b>50</b>	<b>131,1</b>

#### 4.3. Тематика практических занятий

Тема практического занятия	Количество часов
4 курс	
7 семестр	
Тема 1. Основные понятия математического моделирования	2
Тема 2. Методы математического моделирования	2
Тема 3. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений	6
Тема 4. Метод простой итерации	4
Тема 5. Интерполирование	4
Всего за 7 семестр	18
8 семестр	
Тема 6. Численное дифференцирование и интегрирование	8
Тема 7. Численное решение дифференциальных уравнений	8

Тема 8. Линейное программирование	8
Тема 9. Симплексный метод	8
Всего за 8 семестр	32
<b>Итого за 4 курс</b>	<b>50</b>

#### 4.4. Тематика лабораторных работ

Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

#### 4.5. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

#### 4.6. Тематика контрольных работ

Контрольные работы учебным планом не предусмотрены.

#### 4.7. Тематика расчетно-графической работы

7 семестр

Приближенное решение уравнений и систем уравнений. Интерполирование функций.

### 5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

#### 5.1. Распределение часов по темам и видам самостоятельной работы

Разделы и темы	Всего часов по учебному плану	Вид самостоятельной работы
4 курс		
7 семестр		
Тема 1. Основные понятия математического моделирования	14	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 2. Методы математического моделирования	14	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 3. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений	15,35	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение расчетно-графической работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 4. Метод простой итерации	14	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение расчетно-графической работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 5. Интерполирование	14	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение расчетно-графической работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
8 семестр		

Тема 6. Численное дифференцирование и интегрирование	15	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 7. Численное решение дифференциальных уравнений	15	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 8. Линейное программирование	14,75	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 9. Симплексный метод	15	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
<b>ИТОГО</b>	<b>131,1</b>	

## 5.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся с указанием места их нахождения:

- учебная литература - библиотека филиала;
- методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы;
- методические рекомендации по самостоятельной работе - сайт филиала.

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7. Вид оценочных средств	Количество
<b>Текущий контроль</b>	
Курсовая работа (проект)	-
Контрольная работа	1
Реферат	-
<b>Промежуточный контроль</b>	
Зачет	-
Зачет с оценкой	-
Экзамен	1

Фонд оценочных средств представлен в приложении к рабочей программе.

## 7. Перечень основной и дополнительной литературы

### 7.1 Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Голубева Н.В.	Математическое моделирование систем и процессов: учебное пособие	Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 192 с. - Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/76825">http://e.lanbook.com/book/76825</a>	Электронный ресурс
Л1.2	Солоп С.А., Кулькин А.Г.	Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие	Ростов-на-Дону: РГУПС, 2017. — 172 с.- Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/129321">https://e.lanbook.com/book/129321</a>	Электронный ресурс

Л1.3	Василенко, М. Н.	Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие	Санкт-Петербург: ПГУПС, 2016. — 61 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/91103">https://e.lanbook.com/book/91103</a>	Электронный ресурс
<b>7.2 Дополнительная литература</b>				
Л2.1	С. В. Карасев, Д. В. Осипов, Д. А. Сивицкий.	Математическое моделирование систем и процессов на транспорте : учебное пособие	Новосибирск: СГУПС, 2020. — 136 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/164609">https://e.lanbook.com/book/164609</a>	Электронный ресурс
Л2.2	Горбачев, Д. В. Новиков, С. В. Белоусов	Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие	Санкт-Петербург: ПГУПС, 2017. — 54 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/101571">https://e.lanbook.com/book/101571</a>	Электронный ресурс

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. Официальный сайт филиала.
2. Электронная библиотечная система.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Лекционные занятия составляют основу теоретического обучения, включают в себя систематизированные основы знаний по дисциплине, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах. Обучающимся рекомендуется конспектировать предлагаемый материал, для этого на занятиях необходимо иметь письменные принадлежности.

2. Практические занятия являются дополнением лекционных курсов и самостоятельной работы обучающихся, а также средством проверки усвоения ими знаний, даваемых на лекции и в процессе изучения рекомендуемой литературы. Практические занятия включают решение задач разного уровня. При подготовке к практическим занятиям по дисциплине необходимо ознакомиться с лекционным материалом на соответствующую тему.

3. Самостоятельная работа обучающихся по изучению дисциплины является основным видом учебных занятий. Умение самостоятельно работать необходимо для успешного овладения курсом. В рамках самостоятельной работы обучающиеся должны выполнить расчетно-графическую работу. Вариант работы выбирается в соответствии с последней цифрой шифра зачетной книжки обучающегося. Выполнение и защита расчетно-графической работы являются непременным условием для допуска к зачету. Во время выполнения расчетно-графической работы можно получить групповые или индивидуальные консультации у преподавателя.

## **10. Перечень информационных технологий, программного обеспечения и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Программное обеспечение для проведения лекций, демонстрации презентаций: Microsoft Office 2010 и выше.

Программное обеспечение для проведения практических и лабораторных

занятий:

- графический редактор MS Excel;
- программы компьютерной математики MathCAD.

### **Профессиональные базы данных, используемые для изучения дисциплины (модуля) (свободный доступ)**

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **11.1. Требования к аудиториям (помещениям, кабинетам) для проведения занятий с указанием соответствующего оснащения занятий с указанием соответствующего оснащения**

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета (проведение занятий лекционного типа) - аудитория № 401. Специализированная мебель: столы ученические - 32 шт., стулья ученические - 64 шт., доска настенная - 1 шт., стол преподавателя - 1 шт., стул преподавателя - 1 шт. Технические средства обучения: переносной экран, переносной проектор, ноутбук. Учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины - комплект презентаций (хранится на кафедре).

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета (занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации) - Лаборатория Компьютерный класс № 1, аудитория № 408. Специализированная мебель: столы ученические - 33 шт., стулья ученические - 43 шт., доска настенная - 1 шт., стол преподавателя - 1 шт., стул преподавателя - 1 шт. Технические средства обучения: компьютеры - 22 шт., видеопанель - 1 шт. Программное обеспечение - Microsoft Office Professional 2010. Mathcad 14.

### **11.2. Перечень лабораторного оборудования**

Лабораторное оборудование учебным планом не предусмотрено.

**Приложение к рабочей программе**

# **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по учебной дисциплине

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ**

### **1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения учебной дисциплины**

#### **1.1. Перечень компетенций**

**ОПК-1.** Способен решать инженерные задачи в профессиональной

деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.

**Индикатор ОПК-1.4.** Использует методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.

## 1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения учебной дисциплины (модуля)

Наименование этапа	Содержание этапа (виды учебной работы)	Коды формируемых на этапе компетенций, индикаторов
Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	Лекции, самостоятельная работа обучающихся с теоретической базой, практические занятия	ОПК-1 (ОПК-1.4)
Этап 2. Формирование умений	Практические занятия	ОПК-1 (ОПК-1.4)
Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и умений	Выполнение расчетно-графической работы	ОПК-1 (ОПК-1.4)
Этап 4. Проверка усвоенного материала	Защита расчетно-графической работы, зачет, зачет с оценкой	ОПК-1 (ОПК-1.4)

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

### 2.1. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции	Код компетенции, индикатор	Показатели оценивания компетенций	Критерии	Способы оценки
Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	ОПК-1 (ОПК-1.4)	- Посещение лекционных занятий, практических занятий; - ведение конспекта лекций; - участие в обсуждении теоретических вопросов тем на каждом практическом занятии	- Наличие конспекта лекций по всем темам, вынесенным на лекционное обсуждение; - активное участие обучающегося в обсуждении теоретических вопросов	Устный ответ
Этап 2. Формирование умений (решение задачи по образцу)	ОПК-1 (ОПК-1.4)	- Решение задач на практическом занятии	- Успешное выполнение задач	Решение типовых задач на практических занятиях
Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и умений	ОПК-1 (ОПК-1.4)	- Наличие правильно выполненной расчетно-графической работы	- Расчетно-графическая работа имеет положительную рецензию и допущена к защите	Расчетно-графическая работа

Этап 4. Проверка усвоенного материала	ОПК-1 (ОПК-1.4)	- Зачет; - успешная защита расчетно-графической работы; - зачет с оценкой.	- Ответы на все вопросы по расчетно-графической работе; - ответы на вопросы зачета и на дополнительные вопросы	Устный ответ, решение задач
--	--------------------	--	---	-----------------------------

## 2.2. Критерии оценивания компетенций по уровню их сформированности

Код компетенции, индикатора	Уровни сформированности компетенций		
	базовый	средний	высокий
ОПК-1 (ОПК-1.4)	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в простых задачах.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами математического анализа и моделирования профессиональной деятельности для обоснованного принятия решений в простых задачах.</li> </ul>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений при решении типовых задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами математического анализа и моделирования профессиональной деятельности для обоснованного принятия решений в типовых задачах.</li> </ul>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- комбинировать методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами математического анализа и моделирования профессиональной деятельности для обоснованного принятия решений в профессиональных задачах.</li> </ul>

## 2.3. Шкалы оценивания формирования индикаторов достижения компетенций

### а) Шкала оценивания зачета с оценкой

Шкала оценивания	Критерии оценивания
Оценка «отлично»	Индикатор достижения компетенции сформирован на высоком уровне. Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Оперировать приобретенными знаниями, умениями и навыками, в том числе в ситуациях повышенной сложности. Отвечает на все вопросы билета без наводящих вопросов со стороны преподавателя.

	Не испытывает затруднений при ответе на дополнительные вопросы.
Оценка «хорошо»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Индикатор достижения компетенции сформирован на высоком уровне, но допускаются неточности;</li> <li>- индикатор достижения компетенции сформирован на среднем уровне, но обучающийся отвечает на все дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Оперировать приобретенными знаниями, умениями и навыками; его ответ представляет грамотное изложение учебного материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий; правильно применены теоретические положения, подтвержденные примерами. На два теоретических вопроса обучающийся дал полные ответы, на третий - при наводящих вопросах преподавателя. При ответе на дополнительные вопросы допускает неточности.</li> </ul>
Оценка «удовлетворительно»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Индикатор достижения компетенции сформирован на базовом уровне и обучающийся отвечает на все дополнительные вопросы;</li> <li>- индикатор достижения компетенции сформирован на среднем уровне с наличием неточностей и затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но проблемы не носят принципиального характера. Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне: допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний по ряду вопросов. Затрудняется отвечать на дополнительные вопросы.</li> </ul>
Оценка «неудовлетворительно»	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового и обучающийся затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено частично. Обучающийся демонстрирует явную недостаточность или полное отсутствие знаний, умений и навыков на заданном уровне сформированности индикатора достижения компетенции.

### **б) Шкала оценивания зачета**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
Зачтено	<p>Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне не ниже базового и обучающийся отвечает на дополнительные вопросы.</p> <p>Обучающийся:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- прочно усвоил предусмотренной программой материал;</li> <li>- правильно, аргументировано ответил на все вопросы;</li> <li>- показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов;</li> <li>- без ошибок выполнил практическое задание.</li> </ul>
Не зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового и обучающийся затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Выставляется обучающемуся, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

### в) Шкала оценивания расчетно-графической работы:

Шкала оценивания	Критерии оценивания
Зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне не ниже базового. Все расчеты выполнены верно и имеют необходимые пояснения.
Не зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового. В расчетах допущены ошибки, необходимые пояснения отсутствуют.

### 3. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Код компетенции, индикатор	Этапы формирования компетенции, индикаторов	Типовые задания (оценочные средства)
ОПК-1 (ОПК-1.4)	Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	- Дискуссия: вопросы для обсуждения (методические рекомендации для проведения практических занятий)
	Этап 2. Формирование умений (решение задачи по образцу)	- Решение типовых задач на практических занятиях
	Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и умений	- Расчетно-графическая работа: перечень заданий по вариантам (методические рекомендации)
	Этап 4. Проверка усвоенного материала	- Вопросы к зачету с оценкой, зачету (приложение 1)

### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков

#### Зачет

Зачет проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Зачет проходит в форме собеседования по билетам, в которые включаются теоретические вопросы и задача. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций обучающегося. Аудиторное время, отведенное обучающемуся, на подготовку - 30 мин.

#### Зачет с оценкой

Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Зачет с оценкой проходит в форме собеседования по билетам, в которые включаются теоретические вопросы. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций обучающегося. Аудиторное время, отведенное обучающемуся, на подготовку - 30 мин.

#### Практические занятия

Практические занятия - метод репродуктивного обучения, обеспечивающий связь теории и практики, содействующий выработке у обучающихся умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

При проведении практических занятий обучающимся предлагаются два вида задач по темам, отведенным на практическое занятие:

- типовые задачи, образцы, решения которых были рассмотрены на лекции, при их решении применяется одно правило (формула, закон);
- задачи, требующие для решения применения нескольких правил (формул, законов), построения графиков. Как правило, образцы таких задач на лекциях не рассматриваются.

### **Дискуссия**

При проведении дискуссии обучающимся для обсуждения предлагаются вопросы по теме, отведенной на практическое или лабораторное занятие (согласно рабочей программе учебной дисциплины). При ответе на вопрос обучающийся должен раскрыть тему, указать размерности используемых физических величин и их смысл.

### **Расчетно-графическая работа**

Расчетно-графическая работа - это самостоятельная письменная работа обучающегося, которая должна показать не только его владение теоретическим материалом, но и продемонстрировать практические умения проводить расчеты.

### **4 курс 7 семестр**

Тематика расчетно-графической работы:

Приближенное решение уравнений и систем уравнений. Интерполирование функций.

## 4 КУРС 7 СЕМЕСТР

## ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

**Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»**

1. Понятие моделирования объекта или процесса будущих действий.
2. Классификация моделей.
3. Понятие математической модели.
4. Классификация методов решения математических задач.
5. Численный метод как основной инструмент для решения сложных математических задач.
6. Погрешности и их оценка.
7. Аналитический метод отделения корней при применении численных методов решения уравнений.
8. Графический метод отделения корней при применении численных методов решения уравнений.
9. Свойства функций, используемые при нахождении промежутков изоляции корня.
10. Общие понятия, используемые при оценке приближенных значений корня.
11. Цели применения метода половинного деления.
12. Скорость сходимости метода половинного деления. Связь скорости сходимости с точностью метода.
13. Достаточные условия сходимости метода хорд. Неподвижный конец промежутка изоляции в методе хорд.
14. Скорость сходимости метода хорд. Связь скорости сходимости с точностью метода.
15. Достаточные условия сходимости метода Ньютона. Выбор начального приближения в методе Ньютона.
16. Скорость сходимости метода Ньютона. Связь скорости сходимости с точностью метода.
17. Суть комбинированного метода.
18. Скорость сходимости комбинированного метода. Связь скорости сходимости с точностью метода.
19. Достаточные условия сходимости метода простой итерации.
20. Критерий достижения заданной точности при решении уравнений методом простой итерации.
21. Обобщение метода простой итерации на решение уравнений в метрическом пространстве. Принцип сжимающих отображений.
22. Прямые методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса, метод квадратного корня.
23. Итерационные методы решения систем линейных уравнений: метод простой итерации, метод Зейделя.
24. Достаточные условия сходимости итерационного процесса в случае систем линейных уравнений.
25. Задача интерполирования функции.

26. Обоснование существования и единственности интерполяционного многочлена. Связь степени интерполяционного многочлена с количеством узлов интерполяции.

27. Особенности интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона.

28. Различия первой и второй интерполяционных формул Ньютона.

29. Оценка погрешности интерполяционных формул при аналитическом задании интерполируемой функции.

30. Оценка погрешности интерполяционных формул при табличном задании интерполируемой функции.

### **Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»**

1. Определение абсолютной и относительной погрешностей вычисления.

2. Определение значащих и верных цифр.

3. Вычисление погрешностей арифметических действий.

4. Аналитический метод отделения корней при применении численных методов решения уравнений.

5. Графический метод отделения корней при применении численных методов решения уравнений.

6. Отделения корней функции (уравнения) с помощью численных методов.

7. Нахождение промежутков изоляции корня.

8. Применение метода половинного деления.

9. Проверка достаточных условий сходимости метода хорд.

10. Определение неподвижного конца промежутка изоляции в методе хорд.

11. Проверка достаточных условий сходимости метода Ньютона.

12. Выбор начального приближения в методе Ньютона.

13. Применение комбинированного метода.

14. Проверка достижения заданной точности при решении уравнений методом хорд.

15. Проверка достижения заданной точности при решении уравнений методом Ньютона.

16. Проверка достаточных условий сходимости метода простой итерации.

17. Проверка достижения заданной точности при решении уравнений методом простой итерации.

18. Применение обобщенного метода простой итерации.

19. Решение системы линейных уравнений прямыми методами. Метод Гаусса.

20. Решение системы линейных уравнений прямыми методами. Метод квадратного корня.

21. Построение итерационной последовательности для нахождения решения системы линейных уравнений.

22. Решение системы линейных уравнений методом Зейделя.

23. Решение системы линейных уравнений методом простой итерации.

24. Построение итерационной последовательности для нахождения решения системы линейных уравнений.

25. Проверка достаточных условий сходимости итерационного процесса в случае систем линейных уравнений.

26. Решение задачи интерполирования функции.

27. Построение интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона.

28. Вычисление погрешности интерполяционных формул при аналитическом задании интерполируемой функции.

29. Вычисление погрешности интерполяционных формул при табличном задании интерполируемой функции.

30. Применение метода интерполирования для уточнения таблиц функций.

### Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Обучающийся должен владеть навыками применения математического моделирования систем и процессов, позволяющими решать типовые задачи, представленные в расчетно-графической работе. Примеры задач:

1. Дано нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ . Построить график функции  $y=f(x)$  и отделить корни уравнения, найдя для них промежутки изоляции. В случае нескольких корней, выберите один из корней.

2. Решить с точностью до  $\varepsilon=10^{-4}$  нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ , используя метод простой итерации.

3. Решить с точностью до  $\varepsilon=10^{-4}$  нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ , используя метод хорд.

4. Решить с точностью до  $\varepsilon=10^{-4}$  нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ , используя метод Ньютона.

5. Решить с точностью до  $\varepsilon=10^{-4}$  нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ , используя комбинированный метод.

6. Решить систему линейных уравнений, используя метод Гаусса с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} 6x_1 + 92x_2 + 3x_3 = -82 \\ 99x_1 + x_2 + 7x_3 = 66 \\ 101x_1 + 2x_2 + 99x_3 = -98 \end{cases}$$

7. Решить систему линейных уравнений, используя метод квадратного корня с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} 6x_1 + 92x_2 + 3x_3 = -82 \\ 99x_1 + x_2 + 7x_3 = 66 \\ 101x_1 + 2x_2 + 99x_3 = -98 \end{cases}$$

8. Решить систему линейных уравнений, используя метод итераций с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} 6x_1 + 92x_2 + 3x_3 = -82 \\ 99x_1 + x_2 + 7x_3 = 66 \\ 101x_1 + 2x_2 + 99x_3 = -98 \end{cases}$$

9. Решить систему линейных уравнений, используя метод Зейделя с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$

$$\begin{cases} 6x_1 + 92x_2 + 3x_3 = -82 \\ 99x_1 + x_2 + 7x_3 = 66 \\ 101x_1 + 2x_2 + 99x_3 = -98 \end{cases}$$

10. Дана таблица значений функции. Составить интерполяционный многочлен Лагранжа. Построить его график, отметив на нем точки  $M_i(x_i; y_i)$ :

$x_i$	1	2	5
$y_i$	2	1	3

11. Дана таблица значений функции.

$x_i$	2,51	3,80	4,93	6,01	7,50
$y_i$	0,9203	1,3350	1,5953	1,7934	2,0149

По таблице значений функции вычислить значение этой функции в точке  $x = 3,91$  с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа. Оценить погрешность интерполяции, учитывая, что аналитическое выражение формулы имеет вид:  $f(x) = \ln(x)$ .

12. Уплотнить часть  $[1,6; 1,7]$  таблицы заданной функции с шагом  $H=0,02$ , пользуясь интерполяционными формулами Ньютона.

$x_i$	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2
$y_i$	4,9530	5,4739	6,0496	6,6859	7,3891	8,1662	9,0250

13. Вычислить значение производной в точке  $x = 0,52$  функции, заданной таблично, используя интерполяционную формулу Ньютона. Найти значение производной, если ее аналитическое выражение  $f(x) = sh(x)$  и вычислить абсолютную погрешность.

$x_i$	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
$y_i$	0,4653	0,5211	0,5782	0,6367	0,6967	0,7586	0,8223

14. Дано нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$ . Построить график функции  $y=f(x)$  и отделить корни уравнения, найдя для них промежутки изоляции. В случае нескольких корней, выберите один из корней.

15. Решить с точностью до  $\varepsilon=10^{-4}$  нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$ , используя метод простой итерации.

16. Решить с точностью до  $\varepsilon=10^{-4}$  нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$ , используя метод хорд.

17. Решить с точностью до  $\varepsilon=10^{-4}$  нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$ , используя метод Ньютона.

18. Решить с точностью до  $\varepsilon=10^{-4}$  нелинейное уравнение с одной неизвестной  $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$ , используя комбинированный метод.

19. Решить систему линейных уравнений, используя метод Гаусса с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,91 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$$

20. Решить систему линейных уравнений, используя метод квадратного корня с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,91 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$$

21. Решить систему линейных уравнений, используя метод итераций с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,91 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$$

22. Решить систему линейных уравнений, используя метод Зейделя с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$

$$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,91 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$$

23. Дана таблица значений функции. Составить интерполяционный многочлен Лагранжа. Построить его график, отметив на нем точки  $M_i(x_i; y_i)$ :

$x_i$	-1	0	3
$y_i$	-3	5	2

24. Дана таблица значений функции.

$x_i$	1,3	2,1	3,7	4,5	6,1	7,7	8,5
$y_i$	1,7777	4,5634	13,8436	20,3952	37,3387	59,4051	72,3593

По таблице значений функции вычислить значение этой функции в точке  $x = 3,8$  с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа. Оценить погрешность интерполяции, учитывая, что аналитическое выражение формулы имеет вид:  $f(x) = \frac{1}{x} \lg(x) + x^2$ .

25. Уплотнить часть  $[1,7; 1,8]$  таблицы заданной функции с шагом  $H=0,02$ , пользуясь интерполяционными формулами Ньютона.

$x_i$	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2
$y_i$	4,9530	5,4739	6,0496	6,6859	7,3891	8,1662	9,0250

26. Вычислить значение производной в точке  $x = 0,63$  функции, заданной таблично, используя интерполяционную формулу Ньютона. Найти значение производной, если ее аналитическое выражение  $f(x) = sh(x)$  и вычислить абсолютную погрешность.

$x_i$	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
$y_i$	0,4653	0,5211	0,5782	0,6367	0,6967	0,7586	0,8223

27. Решить систему линейных уравнений, используя метод Гаусса с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$$

28. Решить систему линейных уравнений, используя метод квадратного корня с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$$

29. Решить систему линейных уравнений, используя метод итераций с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$ :

$$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$$

30. Решить систему линейных уравнений, используя метод Зейделя с точностью  $\varepsilon=10^{-4}$

$$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$$

4 курс 8 семестр

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЧЕТА С ОЦЕНКОЙ

### Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Особенности задачи численного дифференцирования.
2. Влияние величины шага численного интегрирования на точность вычисления.
3. Возможность неограниченного уменьшения погрешности интегрирования путем последовательного уменьшения шага интегрирования.
4. Условия существования и единственности решения задачи Коши.
5. Группа методов, содержащая метод последовательных приближений решения задачи Коши.
6. Формулировка задачи численного интегрирования дифференциального уравнения.
7. Оценка точности при численном интегрировании дифференциальных уравнений методом Эйлера и Рунге-Кутты.
8. Предмет, задача и основные понятия математического программирования.
9. Классификация задач математического программирования.
10. Базисные (основные) и свободные (неосновные) неизвестные системы линейных уравнений
11. Базисные решения системы. Число базисных решений.
12. Допустимые базисные решения. Их роль в решении задач линейного программирования.
13. Задача линейного программирования и ее общая форма.
14. Приведение задачи линейного программирования к канонической форме.
15. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
16. Возможные множества решений задачи линейного программирования.
17. Общая характеристика симплексного метода.
18. Заполнение начальной симплекс – таблицы.
19. Критерий оптимальности плана задачи линейного программирования.
20. Метод построения нового плана в рамках симплекс – метода.
21. Понятие вспомогательной задачи.
22. Теория двойственности. Виды математических моделей двойственных задач.
23. Правила составления двойственных задач. Первая и вторая теоремы двойственности.
24. Математическая модель транспортной задачи.
25. Модель транспортной задачи в форме таблицы.
26. Балансировка транспортной задачи.

27. Метод северо-западного угла.
28. Общая характеристика метода потенциалов.
29. Проверка плана транспортной задачи на оптимальность.
30. Алгоритм построения нового плана в методе потенциалов.

### **Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»**

1. Решение задачи численного дифференцирования.
2. Проверка условий существования и единственности решения задачи Коши.
3. Решение задачи численного интегрирования дифференциального уравнения.
4. Определение точности при численном интегрировании дифференциальных уравнений методом Эйлера и Рунге-Кутты.
5. Составление математической модели линейного программирования в общем виде.
6. Определение целевой функции и системы ограничений задачи линейного программирования.
7. Разделение неизвестных системы линейных уравнений на базисные (основные) и свободные (неосновные).
8. Нахождение базисных решений системы.
9. Построение области решений.
10. Выбор допустимых базисных решений системы.
11. Построение линий уровня и нормалей к ним.
12. Исследование поведения целевой функции на области допустимых решений при помощи линий уровня.
13. Сведение задачи линейного программирования к каноническому виду.
14. Применение графического метода решения задач линейного программирования.
15. Решение задач линейного программирования с двумя переменными.
16. Решение задач линейного программирования с  $n$  переменными.
17. Построение многоугольников и многогранников решений задачи линейного программирования.
18. Нахождение экстремума целевой функции.
19. Переход от задачи на нахождение максимума к нахождению минимума и наоборот.
20. Обеспечение неотрицательности переменных.
21. Нахождение опорного решения задачи линейного программирования.
22. Задача об использовании сырья; алгоритм симплексного метода ее решения.
23. Преобразование целевой функции.
24. Улучшение опорного решения.
25. Составление двойственных задач.
26. Модель транспортной задачи в форме таблицы.
27. Метод северо-западного угла.
28. Метод минимального тарифа.
29. Проверка плана транспортной задачи на оптимальность.
30. Алгоритм построения нового плана в методе потенциалов.

## Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Обучающийся должен владеть навыками применения математического моделирования систем и процессов, позволяющими решать типовые задачи, представленные на практических занятиях. Примеры задач:

1. Вычислить значение производной в точке  $x = 0,52$  функции, заданной таблично, используя интерполяционную формулу Ньютона. Найти значение производной, если ее аналитическое выражение  $f(x) = sh(x)$  и вычислить абсолютную погрешность.

$x_i$	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
$y_i$	0,4653	0,5211	0,5782	0,6367	0,6967	0,7586	0,8223

2. Вычислить интеграл от функции  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  на отрезке  $[0;1,2]$  по формулам трапеций и Симпсона при делении отрезка на  $n = 6$  равных частей. Оценить погрешность методов интегрирования.

3. Найти три итерации по методу последовательных приближений решения задачи Коши:  $\begin{cases} y' = xy - x^2 \\ y(0,1) = 1 \end{cases}$ . Оценить погрешность  $y_3(x)$  в прямоугольнике:  $\{|x - 0,1| \leq 0,5; |y - 1| \leq 1,5\}$

4. Методом Эйлера проинтегрировать задачу Коши:  $\begin{cases} y' = \cos y + 3x \\ y(0) = 1,3 \end{cases}$  на отрезке  $[0;0,6]$  с шагом  $h = 0,1$  и шагом  $2h$ .

5. Вычислить значение производной в точке  $x = 0,63$  функции, заданной таблично, используя интерполяционную формулу Ньютона. Найти значение производной, если ее аналитическое выражение  $f(x) = sh(x)$  и вычислить абсолютную погрешность.

$x_i$	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
$y_i$	0,4653	0,5211	0,5782	0,6367	0,6967	0,7586	0,8223

6. Вычислить интеграл от функции  $f(x) = 3x + \ln x$  на отрезке  $[1;2,2]$  по формуле трапеций при делении отрезка на  $n = 6$  равных частей. Оценить погрешность метода интегрирования.

7. Найти три итерации по методу последовательных приближений решения задачи Коши:  $\begin{cases} y' = 4x - 3y^2 \\ y(3) = 0,8 \end{cases}$ . Оценить погрешность  $y_3(x)$  в прямоугольнике:  $\{|x - 3| \leq 3,5; |y - 0,8| \leq 2\}$ .

8. Методом Эйлера проинтегрировать задачу Коши:  $\begin{cases} y' = \cos(y + 0,6) + 2,5x \\ y(1) = 1,5 \end{cases}$  на отрезке  $[3;4,2]$  с шагом  $h = 0,2$  и шагом  $2h$ .

9-15. Имеются три пункта отправления  $A_1, A_2, A_3$  однородного груза и пять пунктов  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  его назначения. На пунктах  $A_1, A_2, A_3$  груз находится в количестве  $a_1, a_2, a_3$  тонн соответственно. В пункты  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  требуется доставить соответственно  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  тонн груза. Расстояния в сотнях километров между пунктами отправления и назначения приведены в матрице  $D$ :

Пункты отправления	Пункты назначения				
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$

$A_1$	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{13}$	$d_{14}$	$d_{15}$
$A_2$	$d_{21}$	$d_{22}$	$d_{23}$	$d_{24}$	$d_{25}$
$A_3$	$d_{31}$	$d_{32}$	$d_{33}$	$d_{34}$	$d_{35}$

Найти такой план перевозок, при котором общие затраты на перевозку грузов будут минимальными.

Указания: 1) считать стоимость перевозок пропорциональной количеству груза и расстоянию, на которое груз перевозился, т.е. для решения задачи достаточно минимизировать общий объем плана, выраженный в тонно-километрах; 2) для решения задачи использовать метод северо-западного угла и потенциалов.

9.  $a_1 = 50; a_2 = 70; a_3 = 110;$

$$b_1 = 50; b_2 = 50; b_3 = 50; b_4 = 50; b_5 = 30; \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 9 & 5 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 9 \end{pmatrix};$$

10.  $a_1 = 90; a_2 = 70; a_3 = 110;$

$$b_1 = 70; b_2 = 20; b_3 = 70; b_4 = 40; b_5 = 70; \quad D = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 9 & 8 & 2 \\ 6 & 8 & 5 & 8 & 5 \\ 9 & 2 & 9 & 7 & 4 \end{pmatrix};$$

11.  $a_1 = 60; a_2 = 40; a_3 = 80;$

$$b_1 = 10; b_2 = 50; b_3 = 60; b_4 = 50; b_5 = 10; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 9 & 8 & 4 \\ 3 & 6 & 5 & 1 & 9 \end{pmatrix};$$

12.  $a_1 = 80; a_2 = 60; a_3 = 100;$

$$b_1 = 40; b_2 = 60; b_3 = 40; b_4 = 50; b_5 = 50; \quad D = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 9 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix};$$

13.  $a_1 = 50; a_2 = 30; a_3 = 70;$

$$b_1 = 20; b_2 = 30; b_3 = 50; b_4 = 30; b_5 = 20; \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 1 & 1 & 9 \\ 7 & 1 & 4 & 9 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 9 & 9 \end{pmatrix};$$

14.  $a_1 = 70; a_2 = 50; a_3 = 10;$

$$b_1 = 60; b_2 = 10; b_3 = 30; b_4 = 70; b_5 = 50; \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 3 & 8 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 8 & 6 \\ 6 & 3 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix};$$

15.  $a_1 = 70; a_2 = 50; a_3 = 90;$

$$b_1 = 10; b_2 = 40; b_3 = 70; b_4 = 20; b_5 = 70; \quad D = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 8 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 9 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

16-23. Решить задачи линейного программирования графическим методом.

$$16. Z(x) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4. \end{cases}$$

$$x_2 \geq 0$$

$$18. Z(x) = -x_1 + 4x_2 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -8x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12. \end{cases}$$

$$20. Z(x) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 6, \\ -3x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \leq 12. \end{cases}$$

$$22. Z(x) = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0, \\ 3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 5x_1 + 4x_2 \geq 20, \\ x_1 - x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$17. Z(x) = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 6, \\ -2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \geq -3, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2. \end{cases}$$

$$19. Z(x) = 4x_1 - 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 5, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 20, \\ 8x_1 - 3x_2 \geq 0, \\ 5x_1 - 6x_2 \leq 0. \end{cases}$$

$$21. Z(x) = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq -4, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 - x_2 \leq 2. \end{cases}$$

$$23. Z(x) = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ -2x_1 + 5x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2. \end{cases}$$

24-31. Решить симплексным методом следующие задачи.

$$24. Z(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 3, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

$$26. Z(x) = -3x_1 - 2x_2 - 2x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 2, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

$$28. Z(x) = 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 3, \\ -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq -4, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

$$30. Z(x) = 3x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max,$$

$$25. Z(x) = 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 \leq 1, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 7, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

$$27. Z(x) = -x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 2, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

$$29. Z(x) = -4x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 18, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

$$31. Z(x) = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 15, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 12, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$