

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Самарский государственный университет путей сообщения
(СамГУПС)

РАССМОТРЕНА

на заседании Ученого совета филиала
СамГУПС в г. Нижнем Новгороде
протокол от 28 июня 2022 г. № 1

УТВЕРЖДАЮ:

Директор филиала

Н.Н. Маланичева
05 июля 2022 г.



систем и процессов

рабочая программа дисциплины

Специальность 23.05.06 Строительство железных дорог,
мостов и транспортных тоннелей

Специализация: Управление техническим состоянием
железнодорожного пути

Форма обучения: очная

Нижний Новгород 2022

Программу составил: Архаров Е.В.

Рабочая программа разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по специальности 23.05.06 Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей, специализация «Управление техническим состоянием железнодорожного пути» утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от «27» марта 2018 г. № 218.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры «Общеобразовательные и профессиональные дисциплины»

Протокол от «21» мая 2022 г. № 9

Зав. кафедрой, канд. техн. наук, проф. _____



ПОДПИСЬ

И.В. Каспаров

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Цели и задачи дисциплины

Изучение дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов» составляет фундамент профессиональной подготовки специалистов. Дисциплина базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин математика, физика, информатика, теоретическая механика, инженерная геодезия и геоинформатика, инженерная геология, электротехника и электромеханика, информационные технологии в строительстве и др.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов» будут служить базисом для изучения таких дисциплин как: цифровые технологии в профессиональной деятельности, проектирование и расчет элементов железнодорожного пути, компьютерное моделирование в среде конечно-элементного анализа и др.

Цель дисциплины - формирование у обучающихся компетенций в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта.

Дисциплина «Математическое моделирование систем и процессов» должна помочь студентам сформировать практические навыки в области построения и применения математических моделей транспортных процессов. С этой целью особое внимание уделяется взаимосвязи данного предмета с другими изучаемыми дисциплинами.

1.2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Индикатор	Результаты освоения учебной дисциплины
ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования	
ОПК-1.4. Применяет цифровые инструменты для математического анализа и моделирования в процессе решения инженерных задач в профессиональной деятельности.	Знать: - методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности
	Уметь: - применять методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности
	Владеть: - методами математического анализа и моделирования профессиональной деятельности для обоснованного принятия решений

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «Математическое моделирование систем и процессов» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Код	Наименование дисциплины	Коды формируемых
-----	-------------------------	------------------

дисциплины		компетенций, индикаторов
Осваиваемая дисциплина		
Б1.О.39	Математическое моделирование систем и процессов	ОПК-1 (ОПК-1.4)
Предшествующие дисциплины		
	нет	
Дисциплины, осваиваемые параллельно		
	нет	
Последующие дисциплины		
Б3.01(Д)	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	ОПК-1 (ОПК-1.4)

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделяемых на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

3.1. Распределение объема учебной дисциплины на контактную работу с преподавателем и самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов по учебному плану	Курсы (семестры)
		4 (7; 8)
Общая трудоемкость дисциплины:		
- часов	216	216
- зачетных единиц	6	6
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), часов	83	83
<i>из нее аудиторные занятия, всего</i>	83	83
в т.ч.:		
лекции	32	32
практические занятия	16	16
лабораторные работы	32	32
КА	0,4	0,4
КЭ	2,6	2,6
Самостоятельная подготовка к экзаменам в период экзаменационной сессии (контроль)	33,4	33,4
Самостоятельная работа (всего), часов	99,6	99,6
в т.ч. на выполнение:		
контрольной работы		
расчетно-графической работы	18	18
реферата		
курсовой работы		
курсового проекта		
Виды промежуточного контроля	Эк, За	Эк, За
Текущий контроль (вид, количество)	РГР(1)	РГР(1)

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Темы и краткое содержание курса

Тема 1. Основные понятия математического моделирования

Понятие моделирования объекта или процесса будущих действий. Классификация моделей. Понятие математической модели.

Тема 2. Методы математического моделирования

Классификация методов решения математических задач. Численный метод как основной инструмент для решения сложных математических задач.

Тема 3. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений

Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений с одной переменной: отделение корней, метод половинного деления, методы хорд и касательных, комбинированный метод. Апостериорные оценки погрешностей методов.

Тема 4. Метод простой итерации

Метод простой итерации: обоснование сходимости, оценка точности. Принцип сжимающих отображений в метрических пространствах. Применение к системам линейных и нелинейных уравнений.

Тема 5. Интерполирование

Интерполирование функций: постановка задачи и ее разрешимость. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешностей формул. Кусочно-полиномиальное интерполирование: кубические сплайны.

Тема 6. Численное дифференцирование и интегрирование

Особенности задач численного дифференцирования. Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул. Оценка остаточного члена. Применение квадратурной формулы Ньютона-Котеса для численного интегрирования. Метод трапеций и метод Симпсона. Оценка погрешностей методов.

Тема 7. Численное решение дифференциальных уравнений

Решение дифференциальных уравнений первого порядка. применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши. Метод последовательных приближений. Методы численного интегрирования дифференциальных уравнений типа Рунге-Кутты: метод ломаный Эйлера, метод Эйлера-Коши, метод четвертого порядка точности.

Тема 8. Линейное программирование

Математическая модель задачи линейного программирования. Каноническая форма и приведение к ней общей задачи линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Задачи с двумя и с n переменными. Свойства решений задач линейного программирования. Многоугольники и многогранники. Экстремум целевой функции. Опорное решение задачи линейного программирования, его взаимосвязь с угловыми точками.

Тема 9. Симплексный метод

Задача об использовании сырья; алгоритм симплексного метода ее решения. Нахождение начального опорного решения и переход к новому опорному решению. Преобразование целевой функции. Улучшение опорного решения. Метод искусственного базиса и особенности его алгоритмов. Теория двойственности. Виды математических моделей двойственных задач. Правила составления двойственных задач. Первая и вторая теоремы двойственности.

4.2. Распределение часов по темам и видам учебной работы

Названия разделов и тем	Всего часов по учебному плану	Виды учебных занятий			
		Контактная работа (Аудиторная работа)			СР
		ЛК	ПЗ	ЛБ	
7 семестр					
Тема 1. Основные понятия математического моделирования	11	2	2		7
Тема 2. Методы математического моделирования	11	2	2		7
Тема 3. Линейное программирование	20	6	6		8
Тема 4. Симплексный метод	21	6	6		9
КА					
КЭ	0,25				
Контроль	8,75				
Всего	72	16	16		31
8 семестр					
Тема 5. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений	24	4		8	12
Тема 6. Метод простой итерации	20	2		6	12
Тема 7. Интерполирование	22	4		6	12
Тема 8. Численное дифференцирование и интегрирование	20	2		6	12
Тема 9. Численное решение дифференциальных уравнений	30,6	4		6	20,6
КА	0,4				
КЭ	2,35				
Контроль	24,65				
Всего	144	16		32	68,6
ИТОГО	216	32	16	32	99,6

4.3. Тематика практических занятий

Тема практического занятия	Количество часов
Тема 1. Основные понятия математического моделирования	2
Тема 2. Методы математического моделирования	2
Тема 3. Линейное программирование	6
Тема 4. Симплексный метод	6
Всего	16

4.4. Тематика лабораторных работ

Тема лабораторных работ	Количество часов
Тема 5. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений	8

Тема 6. Метод простой итерации	6
Тема 7. Интерполирование	6
Тема 8. Численное дифференцирование и интегрирование	6
Тема 9. Численное решение дифференциальных уравнений	6
Всего	32

4.5. Тематика расчетно-графической работы

8 семестр

Тема: Приближенное решение уравнений и систем уравнений. Интерполирование функций. Численное дифференцирование и интегрирование. Численное решение дифференциальных уравнений.

Варианты заданий для расчетно-графической работы представлены в методических рекомендациях по самостоятельной работе студентов по дисциплине.

5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

5.1. Распределение часов по темам и видам самостоятельной работы

Разделы и темы	Всего часов по учебному плану	Вид самостоятельной работы
7 семестр		
Тема 1. Основные понятия математического моделирования	7	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы, выполнение Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 2. Методы математического моделирования	7	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 3. Линейное программирование	8	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 4. Симплексный метод	9	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Всего за 7 семестр	31	
8 семестр		
Тема 5. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений	12	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение расчетно-графической работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 6. Метод простой итерации	12	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение расчетно-графической работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 7. Интерполирование	12	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение расчетно-

		графической работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 8. Численное дифференцирование и интегрирование	12	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение расчетно-графической работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 9. Численное решение дифференциальных уравнений	20,6	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение расчетно-графической работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Всего за 8 семестр	68,6	
ИТОГО	99,6	

5.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов с указанием места их нахождения:

- учебная литература – библиотека филиала;
- методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы;
- методические рекомендации по самостоятельной работе – сайт филиала.

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

Вид оценочных средств	Количество
Текущий контроль	
Расчетно-графическая работа	1
Контрольная работа	-
Реферат	-
Курсовая работа	-
Курсовой проект	-
Промежуточный контроль	
Зачет	1
Экзамен	1

Фонд оценочных средств представлен в приложении к рабочей программе.

7. Перечень основной и дополнительной литературы

7.1 Основная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Голубева Н.В.	Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие для вузов / Н. В. Голубева. - 3-е изд., стер.	Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 192 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/179611	Электронный ресурс
Л1.2	Солоп С.А., Кулькин А.Г.	Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие	Ростов-на-Дону: РГУПС, 2017. - 172 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/129321	Электронный ресурс
7.2 Дополнительная литература				
Л2.1	С.В. Карасев,	Математическое	Новосибирск: СГУПС,	Электронный

	Д.В. Осипов, Д.А. Сивицкий	моделирование систем и процессов на транспорте : учебное пособие	2020. - 136 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/164609	ресурс
Л2.2	Горбачев Д.В. Новиков С.В.	Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие	Санкт-Петербург: ПГУПС, 2017. - 54 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/101571	Электронный ресурс

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Официальный сайт филиала
2. Электронная библиотечная система

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1. Лекционные занятия составляют основу теоретического обучения, включают в себя систематизированные основы знаний по дисциплине, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах. Студентам рекомендуется конспектировать предлагаемый материал, для этого на занятиях необходимо иметь письменные принадлежности.

2. Практические занятия являются дополнением лекционных курсов и самостоятельной работы обучающихся, а также средством проверки усвоения ими знаний, даваемых на лекции и в процессе изучения рекомендуемой литературы. Практические занятия включают решение задач разного уровня. При подготовке к практическим занятиям по дисциплине необходимо ознакомиться с лекционным материалом на соответствующую тему.

3. Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины является основным видом учебных занятий. Умение самостоятельно работать необходимо для успешного овладения курсом. В рамках самостоятельной работы студент должен выполнить расчетно-графическую работу. Вариант работы выбирается в соответствии с последней цифрой шифра зачетной книжки студента. Выполнение и защита расчетно-графической работы являются непременным условием для допуска к экзамену. Во время выполнения расчетно-графической работы можно получить групповые или индивидуальные консультации у преподавателя.

10. Перечень информационных технологий, программного обеспечения и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Программное обеспечение для проведения лекций, демонстрации презентаций: Microsoft Office 2010 и выше.

Программное обеспечение для проведения практических и лабораторных занятий: графический редактор MS Excel; программы компьютерной математики MathCAD.

Профессиональные базы данных, используемые для изучения дисциплины (свободный доступ)

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru>

2. Mathcad - обучающий ресурс - <http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>
3. Портал интеллектуального центра - научной библиотеки им. Е.И. Овсянкина https://library.narfu.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=500&Itemid=569&lang=ru

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

11.1. Требования к аудиториям (помещениям, кабинетам) для проведения занятий с указанием соответствующего оснащения занятий

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета (проведение занятий лекционного типа) - аудитория № 401. Специализированная мебель: столы ученические - 32 шт., стулья ученические - 64 шт., доска настенная (меловая) - 1 шт., стол преподавателя - 1 шт., стул преподавателя - 1 шт. Технические средства обучения: переносной экран, переносной проектор, ноутбук. Учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины - комплект презентаций (хранится на кафедре).

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета (занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации) - Лаборатория Компьютерный класс № 1, аудитория № 408. Специализированная мебель: столы ученические - 32 шт., стулья ученические - 38 шт., доска настенная (меловая) - 1 шт., стол преподавателя - 1 шт., стул преподавателя - 1 шт. Технические средства обучения: компьютеры - 22 шт., видеопанель - 1 шт. Программное обеспечение - Microsoft Office Professional 2010. Mathcad 14.

11.2. Перечень лабораторного оборудования

Лабораторное оборудование не предусмотрено.

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по учебной дисциплине

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ**

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения учебной дисциплины

1.1. Перечень компетенций

ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.

Индикатор ОПК-1.4. Применяет цифровые инструменты для математического анализа и моделирования в процессе решения инженерных задач в профессиональной деятельности.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

Наименование этапа	Содержание этапа (виды учебной работы)	Коды формируемых на этапе компетенций, индикаторов
Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	Лекции, самостоятельная работа студентов с теоретической базой, практические занятия	ОПК-1 (ОПК-1.4)
Этап 2. Формирование умений	Практические занятия	ОПК-1 (ОПК-1.4)
Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и умений	Выполнение расчетно-графической работы	ОПК-1 (ОПК-1.4)
Этап 4. Проверка усвоенного материала	Защита расчетно-графической работы, зачет, экзамен	ОПК-1 (ОПК-1.4)

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

2.1. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции	Код компетенции, индикатор	Показатели оценивания компетенций	Критерии	Способы оценки
Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	ОПК-1 (ОПК-1.4)	- посещение лекционных занятий, практических занятий; - ведение конспекта лекций; - участие в обсуждении теоретических вопросов тем на каждом практическом занятии	- наличие конспекта лекций по всем темам, вынесенным на лекционное обсуждение; - активное участие студента в обсуждении теоретических вопросов	устный ответ
Этап 2. Формирование умений (решение задачи по	ОПК-1 (ОПК-1.4)	- решение задач на практическом занятии	- успешное выполнение задач	решение типовых задач на практических занятиях

образцу)				
Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и умений	ОПК-1 (ОПК-1.4)	- наличие правильно выполненной расчетно-графической работы	- расчетно- графическая работа имеет положительную рецензию и допущена к защите	расчетно- графическая работа
Этап 4. Проверка усвоенного материала	ОПК-1 (ОПК-1.4)	- успешная защита расчетно-графической работы; - зачет; - экзамен	- ответы на все вопросы по расчетно- графической работе; - ответы на основные и дополнительные вопросы зачета, экзамена	- устный ответ, решение задач

2.2. Критерии оценивания компетенций по уровню их сформированности

Код компетенции, индикатора	Уровни сформированности компетенций		
	базовый	средний	высокий
ОПК-1 (ОПК-1.4)	Знать: - основные методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности Уметь: - применять методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в простых задачах Владеть: - методами математического анализа и моделирования профессиональной деятельности для обоснованного принятия решений в простых задачах	Знать: - основные методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности Уметь: - применять методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений при решении типовых задач Владеть: - методами математического анализа и моделирования профессиональной деятельности для обоснованного принятия решений в типовых задачах	Знать: - основные методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности Уметь: - комбинировать методы математического анализа и моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности Владеть: - методами математического анализа и моделирования профессиональной деятельности для обоснованного принятия решений в профессиональных задач задачах

2.3. Шкалы оценивания формирования индикаторов достижения компетенций

а) Шкала оценивания экзамена

Шкала оценивания	Критерии оценивания
оценка «отлично»	Индикатор достижения компетенции сформирован на высоком уровне. Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками, в том числе в ситуациях повышенной сложности. Отвечает на все вопросы билета без наводящих вопросов со стороны преподавателя. Не испытывает затруднений при ответе на дополнительные вопросы.
оценка «хорошо»	- Индикатор достижения компетенции сформирован на высоком уровне, но допускаются неточности; - индикатор достижения компетенции сформирован на среднем уровне, но студент отвечает на все дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками; его ответ представляет грамотное изложение учебного материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий; правильно применены теоретические положения, подтвержденные примерами. На два теоретических вопроса студент дал полные ответы, на третий - при наводящих вопросах преподавателя. При ответе на дополнительные вопросы допускает неточности.
оценка «удовлетворительно»	- Индикатор достижения компетенции сформирован на базовом уровне и студент отвечает на все дополнительные вопросы; - индикатор достижения компетенции сформирован на среднем уровне с наличием неточностей и затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но проблемы не носят принципиального характера. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне: допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний по ряду вопросов. Затрудняется отвечать на дополнительные вопросы.
оценка «неудовлетворительно»	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового и студент затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено частично. Студент демонстрирует явную недостаточность или полное отсутствие знаний, умений и навыков на заданном уровне сформированности индикатора достижения компетенции.

б) Шкала оценивания зачета

Шкала оценивания	Критерии оценивания
Зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне не ниже базового и студент отвечает на дополнительные вопросы. Студент: - прочно усвоил предусмотренной программой материал; - правильно, аргументировано ответил на все вопросы; - показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию

	связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; - без ошибок выполнил практическое задание.
Не зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового и студент затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

в) Шкала оценивания расчетно-графической работы:

Шкала оценивания	Критерии оценивания
Зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне не ниже базового. Все расчеты выполнены верно и имеют необходимые пояснения.
Не зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового. В расчетах допущены ошибки, необходимые пояснения отсутствуют.

3. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Код компетенции, индикатор	Этапы формирования компетенции, индикаторов	Типовые задания (оценочные средства)
ОПК-1 (ОПК-1.4)	Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	- дискуссия: вопросы для обсуждения (методические рекомендации для проведения практических занятий)
	Этап 2. Формирование умений (решение задачи по образцу)	- решение типовых задач на практических занятиях
	Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и умений	- расчетно-графическая работа: перечень заданий по вариантам (методические рекомендации)
	Этап 4. Проверка усвоенного материала	- защита расчетно-графической работы; - вопросы к зачету, экзамену (приложение 1)

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков

Экзамен

Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Экзамен проходит в форме собеседования по билетам, в которые включаются теоретические вопросы. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций студента. Аудиторное время, отведенное студенту, на подготовку – 30 мин.

Зачет

Зачет проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Зачет проходит в форме собеседования по билетам, в которые включаются теоретические вопросы и задача. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций студента. Аудиторное время, отведенное студенту,

на подготовку – 30 мин.

Практические занятия

Практические занятия - метод репродуктивного обучения, обеспечивающий связь теории и практики, содействующий выработке у студентов умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

При проведении практических занятий студентам предлагаются два вида задач по темам, отведенным на практическое занятие:

- типовые задачи, образцы, решения которых были рассмотрены на лекции, при их решении применяется одно правило (формула, закон);
- задачи, требующие для решения применения нескольких правил (формул, законов), построения графиков. Как правило, образцы таких задач на лекциях не рассматриваются.

Дискуссия

При проведении дискуссии студентам для обсуждения предлагаются вопросы по теме, отведенной на практическое или лабораторное занятие (согласно рабочей программе учебной дисциплины). При ответе на вопрос студент должен раскрыть тему, указать размерности используемых физических величин и их смысл.

Расчетно-графическая работа

Расчетно-графическая работа - это самостоятельная письменная работа студента, которая должна показать не только его владение теоретическим материалом, но и продемонстрировать практические умения проводить расчеты.

4 курс 8 семестр

Тематика расчетно-графической работы:

Тема: Приближенное решение уравнений и систем уравнений. Интерполирование функций. Численное дифференцирование и интегрирование. Численное решение дифференциальных уравнений.

Варианты заданий для расчетно-графической работы представлены в методических рекомендациях по самостоятельной работе студентов по дисциплине.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Понятие моделирования объекта или процесса будущих действий.
2. Классификация моделей.
3. Понятие математической модели.
4. Классификация методов решения математических задач.
5. Численный метод как основной инструмент для решения сложных математических задач.
6. Погрешности и их оценка.
7. Аналитический метод отделения корней при применении численных методов решения уравнений.
8. Графический метод отделения корней при применении численных методов решения уравнений.
9. Свойства функций, использующиеся при нахождении промежутков изоляции корня.
10. Общие понятия, использующиеся при оценке приближенных значений корня.
11. Цели применения метода половинного деления.
12. Скорость сходимости метода половинного деления. Связь скорости сходимости с точностью метода.
13. Достаточные условия сходимости метода хорд. Неподвижный конец промежутка изоляции в методе хорд.
14. Скорость сходимости метода хорд. Связь скорости сходимости с точностью метода.
15. Достаточные условия сходимости метода Ньютона. Выбор начального приближения в методе Ньютона.
16. Скорость сходимости метода Ньютона. Связь скорости сходимости с точностью метода.
17. Суть комбинированного метода.
18. Скорость сходимости комбинированного метода. Связь скорости сходимости с точностью метода.
19. Достаточные условия сходимости метода простой итерации.
20. Критерий достижения заданной точности при решении уравнений методом простой итерации.
21. Обобщение метода простой итерации на решение уравнений в метрическом пространстве. Принцип сжимающих отображений.
22. Прямые методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса, метод квадратного корня.
23. Итерационные методы решения систем линейных уравнений: метод простой итерации, метод Зейделя.
24. Достаточные условия сходимости итерационного процесса в случае систем линейных уравнений.
25. Задача интерполирования функции.
26. Обоснование существования и единственности интерполяционного многочлена. Связь степени интерполяционного многочлена с количеством узлов

интерполяции.

27. Особенности интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона.

28. Различия первой и второй интерполяционных формул Ньютона.

29. Оценка погрешности интерполяционных формул при аналитическом задании интерполируемой функции.

30. Оценка погрешности интерполяционных формул при табличном задании интерполируемой функции.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Определение абсолютной и относительной погрешностей вычисления.

2. Определение значащих и верных цифр.

3. Вычисление погрешностей арифметических действий.

4. Аналитический метод отделения корней при применении численных методов решения уравнений.

5. Графический метод отделения корней при применении численных методов решения уравнений.

6. Отделения корней функции (уравнения) с помощью численных методов.

7. Нахождение промежутков изоляции корня.

8. Применение метода половинного деления.

9. Проверка достаточных условий сходимости метода хорд.

10. Определение неподвижного конца промежутка изоляции в методе хорд.

11. Проверка достаточных условий сходимости метода Ньютона.

12. Выбор начального приближения в методе Ньютона.

13. Применение комбинированного метода.

14. Проверка достижения заданной точности при решении уравнений методом хорд.

15. Проверка достижения заданной точности при решении уравнений методом Ньютона.

16. Проверка достаточных условий сходимости метода простой итерации.

17. Проверка достижения заданной точности при решении уравнений методом простой итерации.

18. Применение обобщенного метода простой итерации.

19. Решение системы линейных уравнений прямыми методами. Метод Гаусса.

20. Решение системы линейных уравнений прямыми методами. Метод квадратного корня.

21. Построение итерационной последовательности для нахождения решения системы линейных уравнений.

22. Решение системы линейных уравнений методом Зейделя.

23. Решение системы линейных уравнений методом простой итерации.

24. Построение итерационной последовательности для нахождения решения системы линейных уравнений.

25. Проверка достаточных условий сходимости итерационного процесса в случае систем линейных уравнений.

26. Решение задачи интерполирования функции.

27. Построение интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона.

28. Вычисление погрешности интерполяционных формул при аналитическом задании интерполируемой функции.

29. Вычисление погрешности интерполяционных формул при табличном задании интерполируемой функции.

30. Применение метода интерполирования для уточнения таблиц функций.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Студент должен владеть навыками применения математического моделирования систем и процессов, позволяющими решать типовые задачи, представленные в расчетно-графической работе. Примеры задач:

1. Дано нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$. Построить график функции $y=f(x)$ и отделить корни уравнения, найдя для них промежутки изоляции. В случае нескольких корней, выберите один из корней.

2. Решить с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$, используя метод простой итерации.

3. Решить с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$, используя метод хорд.

4. Решить с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$, используя метод Ньютона.

5. Решить с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$, используя комбинированный метод.

6. Решить систему линейных уравнений, используя метод Гаусса с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} 6x_1 + 92x_2 + 3x_3 = -82 \\ 99x_1 + x_2 + 7x_3 = 66 \\ 101x_1 + 2x_2 + 99x_3 = -98 \end{cases}$$

7. Решить систему линейных уравнений, используя метод квадратного корня с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} 6x_1 + 92x_2 + 3x_3 = -82 \\ 99x_1 + x_2 + 7x_3 = 66 \\ 101x_1 + 2x_2 + 99x_3 = -98 \end{cases}$$

8. Решить систему линейных уравнений, используя метод итераций с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} 6x_1 + 92x_2 + 3x_3 = -82 \\ 99x_1 + x_2 + 7x_3 = 66 \\ 101x_1 + 2x_2 + 99x_3 = -98 \end{cases}$$

9. Решить систему линейных уравнений, используя метод Зейделя с точностью $\varepsilon=10^{-4}$

$$\begin{cases} 6x_1 + 92x_2 + 3x_3 = -82 \\ 99x_1 + x_2 + 7x_3 = 66 \\ 101x_1 + 2x_2 + 99x_3 = -98 \end{cases}$$

10. Дана таблица значений функции. Составить интерполяционный многочлен Лагранжа. Построить его график, отметив на нем точки $M_i(x_i; y_i)$:

x_i	1	2	5
y_i	2	1	3

11. Дана таблица значений функции.

x_i	2,51	3,80	4,93	6,01	7,50
y_i	0,9203	1,3350	1,5953	1,7934	2,0149

По таблице значений функции вычислить значение этой функции в точке $x = 3,91$ с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа. Оценить погрешность интерполяции, учитывая, что аналитическое выражение формулы имеет вид: $f(x) = \ln(x)$.

12. Уплотнить часть $[1,6; 1,7]$ таблицы заданной функции с шагом $H=0,02$, пользуясь интерполяционными формулами Ньютона.

x_i	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2
y_i	4,9530	5,4739	6,0496	6,6859	7,3891	8,1662	9,0250

13. Вычислить значение производной в точке $x = 0,52$ функции, заданной таблично, используя интерполяционную формулу Ньютона. Найти значение производной, если ее аналитическое выражение $f(x) = sh(x)$ и вычислить абсолютную погрешность.

x_i	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
y_i	0,4653	0,5211	0,5782	0,6367	0,6967	0,7586	0,8223

14. Дано нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$. Построить график функции $y=f(x)$ и отделить корни уравнения, найдя для них промежутки изоляции. В случае нескольких корней, выберите один из корней.

15. Решить с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$, используя метод простой итерации.

16. Решить с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$, используя метод хорд.

17. Решить с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$, используя метод Ньютона.

18. Решить с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ нелинейное уравнение с одной неизвестной $f(x) = 0,1x^3 - 0,8x^2 - 1,5 = 0$, используя комбинированный метод.

19. Решить систему линейных уравнений, используя метод Гаусса с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,91 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$$

20. Решить систему линейных уравнений, используя метод квадратного корня с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,91 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$$

21. Решить систему линейных уравнений, используя метод итераций с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,91 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$$

22. Решить систему линейных уравнений, используя метод Зейделя с точностью $\varepsilon=10^{-4}$

$$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,91 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$$

23. Дана таблица значений функции. Составить интерполяционный многочлен Лагранжа. Построить его график, отметив на нем точки $M_i(x_i; y_i)$:

x_i	-1	0	3
y_i	-3	5	2

24. Дана таблица значений функции.

x_i	1,3	2,1	3,7	4,5	6,1	7,7	8,5
y_i	1,7777	4,5634	13,8436	20,3952	37,3387	59,4051	72,3593

По таблице значений функции вычислить значение этой функции в точке $x = 3,8$ с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа. Оценить погрешность интерполяции, учитывая, что аналитическое выражение формулы имеет вид: $f(x) = \frac{1}{x} \lg(x) + x^2$.

25. Уплотнить часть $[1,7; 1,8]$ таблицы заданной функции с шагом $H=0,02$, пользуясь интерполяционными формулами Ньютона.

x_i	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2
y_i	4,9530	5,4739	6,0496	6,6859	7,3891	8,1662	9,0250

26. Вычислить значение производной в точке $x = 0,63$ функции, заданной таблично, используя интерполяционную формулу Ньютона. Найти значение производной, если ее аналитическое выражение $f(x) = sh(x)$ и вычислить абсолютную погрешность.

x_i	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
y_i	0,4653	0,5211	0,5782	0,6367	0,6967	0,7586	0,8223

27. Решить систему линейных уравнений, используя метод Гаусса с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$$

28. Решить систему линейных уравнений, используя метод квадратного корня с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$$

29. Решить систему линейных уравнений, используя метод итераций с точностью $\varepsilon=10^{-4}$:

$$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$$

30. Решить систему линейных уравнений, используя метод Зейделя с

точностью $\varepsilon=10^{-4}$

$$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$$

4 курс 8 семестр

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Особенности задачи численного дифференцирования.
2. Влияние величины шага численного интегрирования на точность вычисления.
3. Возможность неограниченного уменьшения погрешности интегрирования путем последовательного уменьшения шага интегрирования.
4. Условия существования и единственности решения задачи Коши.
5. Группа методов, содержащая метод последовательных приближений решения задачи Коши.
6. Формулировка задачи численного интегрирования дифференциального уравнения.
7. Оценка точности при численном интегрировании дифференциальных уравнений методом Эйлера и Рунге-Кутты.
8. Предмет, задача и основные понятия математического программирования.
9. Классификация задач математического программирования.
10. Базисные (основные) и свободные (неосновные) неизвестные системы линейных уравнений
11. Базисные решения системы. Число базисных решений.
12. Допустимые базисные решения. Их роль в решении задач линейного программирования.
13. Задача линейного программирования и ее общая форма.
14. Приведение задачи линейного программирования к канонической форме.
15. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
16. Возможные множества решений задачи линейного программирования.
17. Общая характеристика симплексного метода.
18. Заполнение начальной симплекс – таблицы.
19. Критерий оптимальности плана задачи линейного программирования.
20. Метод построения нового плана в рамках симплекс – метода.
21. Понятие вспомогательной задачи.
22. Теория двойственности. Виды математических моделей двойственных задач.
23. Правила составления двойственных задач. Первая и вторая теоремы двойственности.
24. Математическая модель транспортной задачи.
25. Модель транспортной задачи в форме таблицы.
26. Балансировка транспортной задачи.

27. Метод северо-западного угла.
28. Общая характеристика метода потенциалов.
29. Проверка плана транспортной задачи на оптимальность.
30. Алгоритм построения нового плана в методе потенциалов.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Решение задачи численного дифференцирования.
2. Проверка условий существования и единственности решения задачи Коши.
3. Решение задачи численного интегрирования дифференциального уравнения.
4. Определение точности при численном интегрировании дифференциальных уравнений методом Эйлера и Рунге-Кутты.
5. Составление математической модели линейного программирования в общем виде.
6. Определение целевой функции и системы ограничений задачи линейного программирования.
7. Разделение неизвестных системы линейных уравнений на базисные (основные) и свободные (неосновные).
8. Нахождение базисных решений системы.
9. Построение области решений.
10. Выбор допустимых базисных решений системы.
11. Построение линий уровня и нормалей к ним.
12. Исследование поведения целевой функции на области допустимых решений при помощи линий уровня.
13. Сведение задачи линейного программирования к каноническому виду.
14. Применение графического метода решения задач линейного программирования.
15. Решение задач линейного программирования с двумя переменными.
16. Решение задач линейного программирования с n переменными.
17. Построение многоугольников и многогранников решений задачи линейного программирования.
18. Нахождение экстремума целевой функции.
19. Переход от задачи на нахождение максимума к нахождению минимума и наоборот.
20. Обеспечение неотрицательности переменных.
21. Нахождение опорного решения задачи линейного программирования.
22. Задача об использовании сырья; алгоритм симплексного метода ее решения.
23. Преобразование целевой функции.
24. Улучшение опорного решения.
25. Составление двойственных задач.
26. Модель транспортной задачи в форме таблицы.
27. Метод северо-западного угла.
28. Метод минимального тарифа.
29. Проверка плана транспортной задачи на оптимальность.
30. Алгоритм построения нового плана в методе потенциалов.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Студент должен владеть навыками применения математического моделирования систем и процессов, позволяющими решать типовые задачи, представленные на практических занятиях. Примеры задач:

1. Вычислить значение производной в точке $x = 0,52$ функции, заданной таблично, используя интерполяционную формулу Ньютона. Найти значение производной, если ее аналитическое выражение $f(x) = sh(x)$ и вычислить абсолютную погрешность.

x_i	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
y_i	0,4653	0,5211	0,5782	0,6367	0,6967	0,7586	0,8223

2. Вычислить интеграл от функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ на отрезке $[0;1,2]$ по формулам трапеций и Симпсона при делении отрезка на $n = 6$ равных частей. Оценить погрешность методов интегрирования.

3. Найти три итерации по методу последовательных приближений решения задачи Коши: $\begin{cases} y' = xy - x^2 \\ y(0,1) = 1 \end{cases}$. Оценить погрешность $y_3(x)$ в прямоугольнике: $\{|x - 0,1| \leq 0,5; |y - 1| \leq 1,5\}$ /

4. Методом Эйлера проинтегрировать задачу Коши: $\begin{cases} y' = \cos y + 3x \\ y(0) = 1,3 \end{cases}$ на отрезке $[0;0,6]$ с шагом $h = 0,1$ и шагом $2h$.

5. Вычислить значение производной в точке $x = 0,63$ функции, заданной таблично, используя интерполяционную формулу Ньютона. Найти значение производной, если ее аналитическое выражение $f(x) = sh(x)$ и вычислить абсолютную погрешность.

x_i	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
y_i	0,4653	0,5211	0,5782	0,6367	0,6967	0,7586	0,8223

6. Вычислить интеграл от функции $f(x) = 3x + \ln x$ на отрезке $[1;2,2]$ по формуле трапеций при делении отрезка на $n = 6$ равных частей. Оценить погрешность метода интегрирования.

7. Найти три итерации по методу последовательных приближений решения задачи Коши: $\begin{cases} y' = 4x - 3y^2 \\ y(3) = 0,8 \end{cases}$. Оценить погрешность $y_3(x)$ в прямоугольнике: $\{|x - 3| \leq 3,5; |y - 0,8| \leq 2\}$.

8. Методом Эйлера проинтегрировать задачу Коши: $\begin{cases} y' = \cos(y + 0,6) + 2,5x \\ y(1) = 1,5 \end{cases}$ на отрезке $[3;4,2]$ с шагом $h = 0,2$ и шагом $2h$.

9-15. Имеются три пункта отправления A_1, A_2, A_3 однородного груза и пять пунктов назначения B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 его назначения. На пунктах A_1, A_2, A_3 груз находится в количестве a_1, a_2, a_3 тонн соответственно. В пункты B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 требуется доставить соответственно b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 тонн груза. Расстояния в сотнях километров между пунктами отправления и назначения приведены в матрице D :

Пункты отправления	Пункты назначения				
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}

A_2	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}
A_3	d_{31}	d_{32}	d_{33}	d_{34}	d_{35}

Найти такой план перевозок, при котором общие затраты на перевозку грузов будут минимальными.

Указания: 1) считать стоимость перевозок пропорциональной количеству груза и расстоянию, на которое груз перевозился, т.е. для решения задачи достаточно минимизировать общий объем плана, выраженный в тонно-километрах; 2) для решения задачи использовать метод северо-западного угла и потенциалов.

9. $a_1 = 50; a_2 = 70; a_3 = 110;$

$$b_1 = 50; b_2 = 50; b_3 = 50; b_4 = 50; b_5 = 30; \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 9 & 5 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 9 \end{pmatrix};$$

10. $a_1 = 90; a_2 = 70; a_3 = 110;$

$$b_1 = 70; b_2 = 20; b_3 = 70; b_4 = 40; b_5 = 70; \quad D = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 9 & 8 & 2 \\ 6 & 8 & 5 & 8 & 5 \\ 9 & 2 & 9 & 7 & 4 \end{pmatrix};$$

11. $a_1 = 60; a_2 = 40; a_3 = 80;$

$$b_1 = 10; b_2 = 50; b_3 = 60; b_4 = 50; b_5 = 10; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 9 & 8 & 4 \\ 3 & 6 & 5 & 1 & 9 \end{pmatrix};$$

12. $a_1 = 80; a_2 = 60; a_3 = 100;$

$$b_1 = 40; b_2 = 60; b_3 = 40; b_4 = 50; b_5 = 50; \quad D = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 9 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix};$$

13. $a_1 = 50; a_2 = 30; a_3 = 70;$

$$b_1 = 20; b_2 = 30; b_3 = 50; b_4 = 30; b_5 = 20; \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 1 & 1 & 9 \\ 7 & 1 & 4 & 9 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 9 & 9 \end{pmatrix};$$

14. $a_1 = 70; a_2 = 50; a_3 = 10;$

$$b_1 = 60; b_2 = 10; b_3 = 30; b_4 = 70; b_5 = 50; \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 3 & 8 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 8 & 6 \\ 6 & 3 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix};$$

15. $a_1 = 70; a_2 = 50; a_3 = 90;$

$$b_1 = 10; b_2 = 40; b_3 = 70; b_4 = 20; b_5 = 70; \quad D = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 8 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 9 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

16-23. Решить задачи линейного программирования графическим методом.

16. $Z(x) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min,$

17. $Z(x) = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4. \end{cases}$$

$$x_2 \geq 0$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 6, \\ -2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \geq -3, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2. \end{cases}$$

18. $Z(x) = -x_1 + 4x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -8x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12. \end{cases}$$

19. $Z(x) = 4x_1 - 3x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 5, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 20, \\ 8x_1 - 3x_2 \geq 0, \\ 5x_1 - 6x_2 \leq 0. \end{cases}$$

20. $Z(x) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_2 \leq 6, \\ -3x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \leq 12. \end{cases}$$

21. $Z(x) = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq -4, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 - x_2 \leq 2. \end{cases}$$

22. $Z(x) = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0, \\ 3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 5x_1 + 4x_2 \geq 20, \\ x_1 - x_2 \geq 0. \end{cases}$$

23. $Z(x) = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ -2x_1 + 5x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2. \end{cases}$$

24-31. Решить симплексным методом следующие задачи.

24. $Z(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 3, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

25. $Z(x) = 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 \leq 1, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 7, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

26. $Z(x) = -3x_1 - 2x_2 - 2x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 2, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

27. $Z(x) = -x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 2, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

28. $Z(x) = 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 3, \\ -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq -4, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

29. $Z(x) = -4x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 18, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

30. $Z(x) = 3x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12, \end{cases}$$

31. $Z(x) = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 15, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 12, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3.$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3.$$

Оценочные средства

ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.

Тестовые задания

1. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* ... модель – математическое описание исследуемого экономического процесса или объекта.

2. Сопоставьте описание трех основных этапов проведения экономико-математического моделирования их номерам. I, II, III;

1. ставятся цели и задачи исследования, проводится качественное описание объекта в виде экономической модели;

2. формируется математическая модель изучаемого объекта, осуществляется выбор (или разработка) методов исследования, проводится программирование модели на ЭВМ, подготавливается исходная информация;

3. осуществляется анализ математической, реализованной в виде программ для ЭВМ, проведение машинных расчетов, обработка и анализ полученных результатов.

3. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Образ какого-либо объекта, приближенно воссоздающий этот объект с помощью некоторого языка называется ...

4. *Вместо ... вставьте пропущенное слово из предложенных вариантов.* Задача составления рациона (задача о диете, задача о смесях).

Имеется n видов кормов, содержащие m видов питательных веществ (витаминов). Содержание числа единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма необходимый. Также известна стоимость 1 кг кормов каждого вида. Необходимо составить дневной рацион, имеющий ... стоимость, в котором содержание каждого вида питательных веществ было бы не менее установленного предела. (минимальную, максимальную)

5. *Вместо ... вставьте пропущенное слово из предложенных вариантов.* Задача об использовании ресурсов (задача планирования производства).

Для изготовления n видов продукции используют m видов ресурсов. Запасы ресурсов, число единиц ресурсов, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, известны. Известна также прибыль, получаемая от единицы каждого вида продукции. Необходимо составить такой план производства, при котором прибыль от ее реализации будет... (минимальной, максимальной)

6. Общая задача линейного программирования может быть сформулирована следующим образом:

$$L = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min),$$

при выполнении условий

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, k) \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = k + 1, k + 2, \dots, m) \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, l, \quad l \leq n) \end{cases}$$

Как называют функцию L ?

1. оптимальной функцией
2. функцией цели
3. линейной функцией
4. линейной формой
5. целевой функцией

7. Общая задача линейного программирования может быть сформулирована следующим образом:

$$L = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min),$$

при выполнении условий

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, k) \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = k + 1, k + 2, \dots, m) \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, l, \quad l \leq n) \end{cases}$$

Как называется решение $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ данной системы ограничений, при котором целевая функция достигает минимального или максимального значения?

1. оптимальный план
2. классическое решение
3. оптимальное решение
4. лучшее решение

8. Вместо ... вставьте пропущенное слово. Общая задача линейного программирования может быть сформулирована следующим образом:

$$L = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min),$$

при выполнении условий

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i \ (i = 1, 2, \dots, k) \\ \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \ (i = k + 1, k + 2, \dots, m) \\ x_j \geq 0 \ (j = 1, 2, \dots, l, \quad l \leq n) \end{cases}$$

Данный набор неравенств и уравнений называется системой ...

9. Пусть в системе $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \ (i = 1, 2, \dots, m)$ первые $m \ (m < n)$ переменных - базисные. Как называют оставшиеся $n - m$ переменных?

1. свободные
2. оптимальные
3. неосновные
4. основные

10. Чему равен ранг матрицы $A = (a_{ij}), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$

1. максимальному числу независимых столбцов матрицы
2. максимальному числу независимых строк матрицы
3. максимальному размеру отличного от нуля минора матрицы
4. минимальному числу независимых строк матрицы
5. наименьшему из чисел m и n

11. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Базисное решение, в котором хотя бы одна из основных переменных равна нулю называется ...

12. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Решение m линейных уравнений с n переменными, в котором все $n - m$ неосновных переменных равны нулю называется ...

13. *Вместо ... вставьте пропущенное слово из предложенных вариантов.* Если для системы m линейных уравнений с n переменными $m < n$ ранг матрицы коэффициентов при переменных равен m , т.е. существует хотя бы одна группа основных переменных, то эта система является ..., причем каждому произвольному набору значений неосновных переменных соответствует одно решение системы. (неопределенной, определенной, несовместной).

14. Как называется множество, если оно включает все свои граничные точки?

- 1) замкнутое
- 2) выпуклое
- 3) связное
- 4) открытое

15. Какое множество получится при пересечении любого числа выпуклых множеств?

- 1) замкнутое

- 2) выпуклое
- 3) связное
- 4) открытое

16. Как называется множество точек, которое представляет собой многоугольник, целиком расположенный по одну сторону от прямых, на которых лежат его стороны?

- 1) замкнутое
- 2) выпуклое
- 3) связное
- 4) открытое

17. Как называется множество, если оно вместе с любыми двумя точками содержит весь отрезок, соединяющий эти точки?

- 1) замкнутое
- 2) выпуклое
- 3) связное
- 4) открытое

18. Сопоставьте характеристику множеству.

- 1. Включает все свои граничные точки;
- 2. Пересечение любого числа выпуклых множеств;
- 3. Многоугольник, целиком расположенный по одну сторону от прямых, на которых лежат его стороны;
- 4. Вместе с любыми двумя точками содержит весь отрезок, соединяющий эти точки.

- I. Замкнутое;
- II. Выпуклое;
- III. Связное;
- IV. Открытое

19. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Выпуклое замкнутое ограниченное множество точек пространства, имеющее конечное число угловых точек, называется выпуклым...

20. Какой является точка, если в некоторой ее окрестности содержатся точки только данного множества?

- 1) внутренней
- 2) угловой
- 3) граничной
- 4) крайней

21. Какой является точка выпуклого множества, если она не является внутренней ни для какого отрезка, целиком принадлежащего данному множеству?

- 1) внутренней
- 2) угловой
- 3) граничной
- 4) крайней

22. Как называется точка, если в любой ее окрестности содержатся как точки, принадлежащие данному множеству, так и точки, не принадлежащие ему?

- 1) внутренней
- 2) угловой
- 3) граничной
- 4) крайней

23. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Множество решений совместной системы m линейных неравенств с n переменными является ... многогранником (...многогранной областью) в n мерном пространстве.

24. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Множество решений неравенства с двумя переменными $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$ является одной из двух..., на которые вся плоскость делится прямой $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$ включая эту прямую.

25. Выберите основные элементы симплексного метода.

- 1) способ приведения системы ограничений к каноническому виду
- 2) способ определения какого-либо первоначального допустимого базисного решения задачи
- 3) критерий проверки оптимальности найденного решения
- 4) правило перехода к лучшему (точнее, не худшему) решению

26. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Геометрический смысл ...метода состоит в последовательном переходе от одной вершины многогранника ограничений к соседней, в которой линейная функция принимает лучшее (по крайней мере не худшее) значение (по отношению к цели задачи), до тех пор пока не будет найдено оптимальное решение – вершина, где достигается оптимальное значение функции цели (если задача имеет конечный оптимум).

27. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Критерий оптимальности решения при определении максимума линейной функции: если выражение линейной функции через неосновные переменные отсутствуют положительные коэффициенты при неосновных переменных, то решение...

28. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Уравнение, в котором достигается наибольшее возможное значение переменной, переводимой в основные (т.е. оценка минимальна) при решении задач симплекс-методом называется ...

29. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Критерий оптимальности решения при определении минимума линейной функции: если выражение линейной функции через неосновные переменные отсутствуют отрицательные коэффициенты при неосновных переменных, то решение ...

30. По какому правилу вычисляются коэффициенты следующей таблицы, при решении задачи симплекс-методом?

- 1) по правилу прямоугольника
- 2) по правилу буравчика
- 3) по правилу треугольника
- 4) по правилу правой руки

31. *Вместо ... вставьте пропущенное слово из предложенных вариантов.* По правилу прямоугольника вычисляются коэффициенты таблицы последующего шага, при решении задачи ... методом (симплексным, графическим, Гомори, целочисленным)

32. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Последняя строка симплексной таблицы, в которой приведено уравнений для линейной функции цели называется...

33. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Система, полученная при решении задачи симплекс-методом после введения в нее добавочных переменных называется ...

34. Что можно сказать о задаче на максимум, если при ее решении симплекс-методом в последней строке нет отрицательных коэффициентов?

- 1) найдено оптимальное решение
- 2) у задачи нет решения
- 3) неосновные переменные равны нулю

35. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Пусть при решении задачи симплекс-методом задачи на максимум в последней строке есть хотя бы один отрицательный коэффициент $b_i < 0$. Столбец таблицы, соответствующий наибольшему по модулю отрицательному коэффициенту $b_i < 0$ называется...

36. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Ниже приведена формулировка транспортной задачи.

Найти объемы перевозок для каждой пары «поставщик - потребитель» так, чтобы:

- 1) мощности всех поставщиков были реализованы;
- 2) спросы всех потребителей были удовлетворены;
- 3) суммарные запасы на перевозку были бы ...

37. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Система ограничений транспортной задачи задается в ... форме

38. Как называется модификация симплексного метода применительно к транспортной задаче?

- 1) распределительный метод
- 2) метод потенциалов
- 3) метод Гомори
- 4) метод множителей Лагранжа

39. Чему равны коэффициенты при переменных системы ограничений транспортной задачи?

- 1) единице или нулю
- 2) единице
- 3) нулю
- 4) они положительны
- 5) они отрицательны

40. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Транспортная задача, в которой суммарная мощность поставщиков не равна суммарной мощности потребителей называется ...

41. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Транспортная задача, в которой суммарная мощность поставщиков равна суммарной мощности потребителей называется ...

42. Чему равен ранг r системы уравнений транспортной задачи с n поставщиками и m потребителями?

- 1) $m + n - 1$
- 2) $m + n$
- 3) $m + n + 1$
- 4) $|m - n|$

43. *Введите ответ в виде целого числа.* Ранг системы уравнений транспортной задачи с 3 поставщиками и 5 потребителями равен ...

44. Как называется метод нахождения первоначального распределения поставок в транспортной задаче, в котором переменной в левом верхнем углу дают максимально возможное значение или, иными словами, максимально возможную поставку?

- 1) метод «северо-западного» угла
- 2) распределительный метод
- 3) метод наименьших затрат
- 4) метод множителей Лагранжа

45. Как называется метод нахождения распределения поставок в транспортной задаче, в котором на каждом шагу максимально возможную поставку следует давать в клетку с наименьшим коэффициентом затрат?

- 1) метод «северо-западного» угла
- 2) распределительный метод
- 3) метод наименьших затрат
- 4) метод множителей Лагранжа

46. Ломаная с вершинами в клетках матрицы и звеньями, лежащими вдоль строк и столбцов матрицы, удовлетворяющая условиям:

- 1) связности, т.е. из любой ее вершины можно попасть в любую другую вершину по звеньям ломаной.

2) в каждой вершине ломаной встречаются два звена, одно из которых располагается по строке, другое – по столбцу называется ...

47. Критерий оптимальности решения транспортной задачи формулируется следующим образом: базисное распределение поставок оптимально тогда и только тогда, когда оценки всех свободных клеток ...

48. *Вместо ... вставьте пропущенное слово.* Открытая транспортная задача решается сведением ее к ... транспортной задаче.

49. Если в транспортной задаче объем запасов превышает объем потребностей, в рассмотрение вводят

- 1) фиктивный пункт потребления
- 2) фиктивный пункт производства
- 3) изменения структуры не требуются

50. *Вместо ... вставьте пропущенное слово из предложенных вариантов.* Фиктивный пункт потребления в транспортной задаче вводят, если объем ... превышает объем ... (запасов, потребностей)

51. Если в транспортной задаче объем потребностей превышает объем запасов, в рассмотрение вводят

- 1) фиктивный пункт потребления
- 2) фиктивный пункт производства
- 3) изменения структуры не требуются

52. *Вместо ... вставьте пропущенное слово из предложенных вариантов.* Фиктивный пункт производства в транспортной задаче вводят, если объем ... превышает объем ... (потребностей, запасов)

Вопросы для подготовки к тестовым заданиям

1. В чем состоят особенности динамических задач оптимизации?
2. Что такое управление и переменная состояния в динамических моделях?
3. Сформулируйте принцип оптимальности Беллмана
4. Как формулируется задача по подбору эмпирических формул.
5. Выбор наилучшей функции.
6. Орграфы. Основные определения. Матрицы орграфов. Орцепи и орциклы.
7. Неориентированные графы. Основные определения. Полный граф K_n . Матрицы графов. Циклы, цепи. Достижимость. Связность.
8. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Задача Эйлера.
9. Деревья, лес. Остовное дерево графа. Цикломатическое и хроматическое числа графа.
10. Что понимается под системами массового обслуживания (СМО) и для чего они предназначены?
11. В чем стоит цель, предмет задачи теории СМО?

12. Какие блоки включает схема СМО?
13. Что понимается под характеристикой эффективности работы СМО?
14. Случайный процесс (СП) какого типа протекает в СМО?
15. Какой процесс называется случайным? Приведите примеры.
16. Какой СП называется Марковским?
17. Что представляет собой граф состояний системы?
18. Какие СП называются дискретными?
19. Какие СП называются непрерывными?
20. Дайте определение состояния без выхода, без входа.
21. Какая система называется эргодической?
22. Дайте определение СП с дискретным и непрерывным временем.
23. Что называется, Марковской цепью?
24. Что собой представляют вероятности состояний?
25. Какая Марковская цепь называется однородной (неоднородной)?
26. Дайте определение вероятностей состояний системы, в которой протекает Марковский случайный процесс с непрерывным временем.
27. Что называется, плотностью вероятности перехода системы из состояния в состояние?
28. Дайте определение однородного и неоднородного Марковского дискретного процесса с непрерывным временем.
29. Какова физическая интерпретация предельных вероятностей состояний дискретной Марковской системы с непрерывным временем?
30. На какие классы делятся СМО в зависимости от характера потоков?
31. Как составляется система линейных алгебраических уравнений с неизвестными предельными вероятностями по размеченному графу состояний системы?
32. Как составляется система линейных алгебраических уравнений с неизвестными предельными вероятностями по матрице плотностей вероятностей перехода?
33. Определите размеченный граф состояний системы, в которой протекает Марковский случайный процесс с непрерывным временем
34. Функции, используемые для построения эмпирических формул.
35. Метод наименьших квадратов.
36. Геометрическая интерпретация задачи построения эмпирической формулы.
37. В чем состоит метод динамического программирования в многошаговых задачах оптимизации?
38. Приведите примеры динамической задачи оптимизации.
39. Генерирование случайных чисел. Генерирование случайных чисел, распределенных по экспоненциальному закону распределения.
40. Генерирование случайных чисел. Генерирование случайных чисел, распределенных по нормальному закону распределения.
41. Генерирование случайных чисел. Псевдослучайные числа. Генерирование последовательности равномерно распределенных случайных чисел.
42. Как имитируется расстояние между двумя случайными событиями пуассоновского потока? Как на практике определить интенсивность порождающего потока случайных событий?

43. Как обеспечить требуемый выходной параметр статической модели, управляя входными воздействиями на нее? Напишите алгоритм, нарисуйте схему реализации.
44. Как определить необходимое число итераций в статистическом эксперименте для достижения заданной точности?
45. Как рассчитать рейтинг проекта в экспертизе методом Кемени? Как рассчитать объективность эксперта?
46. Как составляется система линейных алгебраических уравнений с неизвестными предельными вероятностями по размеченному графу состояний системы?
47. На какие классы делятся СМО в зависимости от числа каналов?
48. На какие классы делятся СМО в зависимости от дисциплины обслуживания?
49. На какие классы делятся СМО в зависимости от ограничения потока заявок?
50. На какие классы делятся СМО в зависимости от количества этапов обслуживания?
51. Кто впервые занимался исследованием многоканальных СМО с отказами?
52. Как называется модель случайного процесса, протекающего в многоканальной СМО с отказами?
53. Что понимается под «потоком обслуживаний» заявок?
54. Как выглядит размеченный граф для многоканальной СМО с отказами?
55. Какие вероятности состояний СМО называются предельными и какой режим функционирования они характеризуют?
56. Что представляет собой приведенная интенсивности входящего потока и какова единица измерения этого показателя?
57. Перечислите основные предельные характеристики эффективности функционирования n -канальной СМО с отказами.
58. Дайте определение вероятностей состояний системы, в которой протекает Марковский случайный процесс с непрерывным временем.
59. Дайте определение однородного и неоднородного Марковского дискретного процесса с непрерывным временем.
60. Замкнутая многоканальная СМО.