Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Маланичева Наталья Николаевна
Должность: директор филиала
Дата подписания: 29.03.2023 16:44:12
Уникальный программный ключ:
94732c3d953a82d495dcc3155d5c573883fedd18

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ
(СамГУПС)
Филиал СамГУПС в г. Нижнем Новгороде

РАССМОТРЕНА
на заседании Ученого совета филиала
СамГУПС в г. Нижнем Новгороде
протокол от 28 июня 2022 г. № 1

УТВЕРЖДАЮ:
Директор филиала
_____ Н.Н. Маланичева
05 июля 2022 г.

Математика

рабочая программа дисциплины

Специальность 23.05.06 Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей

Специализация: Управление техническим состоянием железнодорожного пути

Форма обучения: очная

Нижний Новгород 2022

Программу составил: Архаров Е.В.

Рабочая программа разработана в соответствии с ФГОС:
Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по специальности 23.05.06 Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей, специализация «Управление техническим состоянием железнодорожного пути» утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от «27» марта 2018 г. № 218.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры «Общеобразовательные и профессиональные дисциплины»

Протокол от «21» мая 2022 г. № 9

Зав. кафедрой, канд. техн. наук, проф. _____ И.В. Каспаров
Подпись

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Цели и задачи дисциплины

Дисциплина «Математика» имеет своей целью дать студентам фундаментальную математическую подготовку для формирования математического мышления и освоения специальности на высоком научно-методическом уровне.

Целями освоения учебной дисциплины математика являются:

- ознакомление студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения как теоретических, так и практических задач;
- привитие студентам умения и привычки к самостоятельному изучению учебной литературы по математике;
- развитие логического мышления и повышение общего уровня математической культуры;
- выработка навыков математического исследования прикладных задач и умения сформулировать задачи по специальности на математическом языке.

1.2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Индикатор	Результаты освоения учебной дисциплины
ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования	
ОПК-1.1. Применяет методы высшей математики для решения задач профессиональной деятельности	**Знать:** - основные понятия математики; - методы математического анализа; - основы математического представления профессиональных задач и методы их решения
	Уметь: - применять методы математического анализа моделируемого процесса (объекта) для решения инженерных задач; - проводить теоретические и экспериментальные исследования; - применять методы математики для анализа и решения профессиональных задач
	Владеть: - основными методами представления прикладных задач в математической форме; - навыками решения и выбора методов для типовых задач; - основными приемами анализа прикладных задач; - инструментами критического анализа

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Код дисциплины	Наименование дисциплины	Коды формируемых компетенций, индикаторов
Осваиваемая дисциплина		

Б1.О.11	Математика	ОПК-1 (ОПК-1.1)
Предшествующие дисциплины		
	нет	
Дисциплины осваиваемые параллельно		
	нет	
Последующие дисциплины		
Б3.01(Д)	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	ОПК-1 (ОПК-1.1)

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделяемых на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

3.1. Распределение объема учебной дисциплины на контактную работу с преподавателем и самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов по учебному плану	Курсы (семестры)	
		1 (1; 2)	2 (3; 4)
Общая трудоемкость дисциплины: - часов - зачетных единиц	 576 16	 360 10	 216 6
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), часов	230,8	147,4	83,4
из нее аудиторные занятия, всего	230,8	147,4	83,4
в т.ч.:			
лекции	96	64	32
практические занятия	128	80	48
лабораторные работы			
КА	1,6	0,8	0,8
КЭ	5,2	2,6	2,6
Самостоятельная подготовка к экзаменам в период экзаменационной сессии (контроль)	66,8	33,4	33,4
Самостоятельная работа (всего), часов	278,4	179,2	99,2
в т.ч. на выполнение:			
контрольной работы	36	18	18
расчетно-графической работы			
реферата			
курсовой работы			
курсового проекта			
Виды промежуточного контроля	Эк(2); За(2)	Эк; За	Эк; За
Текущий контроль (вид, количество)	К(4)	К(2)	К(2)

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Темы и краткое содержание курса

Тема 1. Линейная алгебра

Определители второго и третьего порядков, их свойства и вычисление.

Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера. Понятие матрицы. Действия над матрицами: умножение матриц на число, сложение и умножение матриц. Транспонирование матриц. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n-го порядка, их свойства и вычисление. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений матричным способом. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Теорема о базисном миноре. Понятие о решении произвольных систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Процедура нахождения обратной матрицы методом Гаусса.

Комплексные числа, их изображение на плоскости. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма записи комплексных чисел. Алгебраические операции над комплексными числами. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Формулировка основной теоремы алгебры. Теорема Безу. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.

Тема 2. Векторная алгебра

Линейные операции над векторами. Линейно независимые системы векторов. Базис. Система координат. Линейные операции над векторами в координатах. Скалярное произведение в трехмерном пространстве и его свойства. Длина вектора. Угол между векторами. Векторное и смешанное произведение.

Линейное векторное пространство. Линейные преобразования, их матрицы. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду.

Тема 3. Аналитическая геометрия

Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой на плоскости. Различные виды уравнения прямой: по точке и направляющему вектору; по двум точкам; точке и угловому коэффициенту; в отрезках. Уравнение прямой по точке и нормальному вектору. Общее уравнение прямой на плоскости. Частные случаи. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.

Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения, эксцентриситет, фокусы, асимптоты, директрисы. Приведение к каноническому виду уравнения кривой второго порядка. Полярные координаты на плоскости, их связь с декартовыми координатами. Уравнение линии в полярной системе координат.

Уравнение плоскости. Различные виды уравнения плоскости: по трем точкам; по двум точкам и вектору коллинеарному плоскости; точке и двум векторам коллинеарным плоскости; по точке и нормальному вектору; общее уравнение, плоскости. Частные случаи.

Уравнения линии в пространстве. Уравнения прямой в пространстве. Различные виды уравнений прямой: по точке и направляющему вектору; двум точкам; общие уравнения прямой. Угол между плоскостями; угол между прямыми; угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности статистика.

Цилиндрические и сферические координаты, их связь с декартовыми координатами. Параметрические уравнения кривой на плоскости и в

пространстве.

Тема 4. Математический анализ. Теория пределов

Числовая последовательность, предел числовой последовательности. Число e. Натуральный логарифм.

Функция и её график, основные свойства (область определения и множество значений; монотонность, ограниченность, четность/нечетность и периодичность функций) и способы задания. Графики основных элементарных функций

Предел функции на бесконечности. Бесконечно малые функции и их свойства. Бесконечно большие функции и их свойства. Связь между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.

Предел функции в точке, односторонние пределы. Основные теоремы о пределах.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность суммы, произведения, частного и суперпозиции непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточного значения.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная, ее геометрический и физический смысл. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование

Правило Лопиталя. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Применения дифференциала к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков.

Исследование функций при помощи производных. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Монотонные функции. Теоремы о возрастании и убывании функции на интервале. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты кривых: вертикальные и наклонные. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Кривизна.

Тема 6. Неопределенный и определенный интегралы

Неопределенный интеграл, его свойства. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование, интегрирование подстановкой (замена переменной) и по частям. Интегрирование рациональных функций путем разложения на простейшие дроби. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций. Интегрирование некоторых классов иррациональных функций.

Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Вычисление определенного

интеграла: интегрирование по частям и подстановкой.

Приближенное вычисление определенного интеграла: формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона.

Несобственные интегралы. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объемов и тел площадей поверхностей вращения.

Тема 7 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных, кратные интегралы

Функции нескольких переменных; область определения, способы задания. Предел функции в точке. Непрерывность. Частные приращения и частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Полное приращение и полный дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных. Приближенные вычисления с помощью полного дифференциала.

Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Формулировка достаточных условий. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Производная по направлению и градиент. Геометрический и физический смысл градиента. Кратные интегралы: задачи, приводящие к ним. Двойные и тройные интегралы; их свойства, вычисление в декартовых координатах. Замена переменных в кратных интегралах: переход от декартовых координат к полярным, цилиндрическим и сферическим. Геометрические и механические приложения кратных интегралов. Криволинейные интегралы 1 и 2 рода и их вычисление

Тема 8 Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Обыкновенные дифференциальные уравнения (основные понятия и определения). Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (без доказательства). Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.

Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах. Геометрическая интерпретация решений дифференциальных уравнений первого порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения. Понятие однородного и неоднородного уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Система фундаментальных решений. Общее решение. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши. Метод исключения. Нормальные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура

общего решения. Решение в случае действительных различных корней характеристического уравнения.

Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Тема 9. Ряды

Числовые ряды. Прогрессии. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия со сходящимися рядами. Числовые ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости: сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.

Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Основные свойства степенных рядов.

Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена для функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $arctg\ x$, $(1+x)^n$.

Применение степенных рядов к приближенным вычислениям: вычисление значений функций, вычисление пределов, вычисление определенных интегралов. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

Ряды Фурье периодических функций с периодом 2π. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье на произвольном отрезке.

Тема 10 Теория вероятностей

Элементы комбинаторики. Число подмножеств данного множества (сочетания). Упорядоченные множества. Перестановки и размещения. Бином Ньютона и полиномиальная формула.

Предмет теории вероятностей. Случайные события, операции над событиями и отношения между ними. Пространство элементарных событий. Классическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Частота. Геометрическая вероятность.

Условная вероятность. Независимость событий. Вероятность произведения событий. Теорема о полной вероятности. Формулы Байеса. Последовательность независимых испытаний (схема Бернулли).

Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения и ее свойства, плотность вероятностей непрерывной случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.

Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание, его свойства. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение, основные свойства и вычисление.

Закон распределения вероятностей (плотность вероятностей) непрерывных случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение непрерывной случайной величины, их вычисление и свойства.

Равномерное, показательное и нормальное распределения. Их числовые характеристики. Функция Лапласа. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вероятность отклонения от математического ожидания. Правило «трех сигм».

Система двух случайных величин. Условные законы распределения. Условные математические ожидания. Зависимые и независимые случайные величины. Коэффициент корреляции. Линейная корреляция, линейная регрессия.

Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова. Предельные теоремы Муавра–Лапласа и Пуассона.

Тема 11 Математическая статистика

Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности данных. Репрезентативность выборки. Статистическое распределение выборки. Варианты. Частоты. Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.

Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки: несмещенные, эффективные и состоятельные. Генеральная и выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Генеральная и выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.

Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Надежность. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднеквадратических отклонениях. Доверительный интервал для оценки среднеквадратического отклонения нормального распределения.

Элементы корреляционного анализа. Выборочный коэффициент корреляции; его интервальные оценки. Основные свойства регрессии. Уравнение линейной регрессии. Нахождение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов. Оценка тесноты связи с помощью коэффициента корреляции и корреляционного отношения.

Статистическая проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы критическая область. Проверка гипотезы о законе распределения. Критерий согласия Пирсона (хи – квадрат).

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Названия разделов и тем	Всего часов по учебному плану	Виды учебных занятий			
		Контактная работа (Аудиторная работа)			СР
		ЛК	ПЗ	ЛБ	
1 курс					
1 семестр					
Раздел 1 Линейная алгебра	47	8	12		27
Раздел 2 Векторная алгебра	47	8	12		27
Раздел 3 Аналитическая геометрия	47	8	12		27
Раздел 4 Введение в математический анализ	47,6	8	12		27,6
КА	0,4				
КЭ	2,35				
Контроль	24,65				
Всего за 1 семестр	216	32	48		108,6
2 семестр					
Раздел 5 Дифференциальное исчисление функции одной переменной	43	10	10		23
Раздел 6 Неопределенный и определенный	47	12	12		23

интегралы					
Раздел 7 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных, кратные интегралы	44,6	10	10		24,6
КА	0,4				
КЭ	0,25				
Контроль	8,75				
Всего за 2 семестр	144	32	32		70,6
ИТОГО за 1 курс	**360**	**64**	**80**		**179,2**
2 курс					
3 семестр					
Раздел 8 Обыкновенные дифференциальные уравнения и **с**истемы обыкновенных дифференциальных уравнений	49	8	16		25
Раздел 9 Ряды	49,6	8	16		25,6
КА	0,4				
КЭ	0,25				
Контроль	8,75				
Всего за 3 семестр	108	16	32		50,6
4 семестр					
Раздел 10 Теория вероятностей	40	8	8		24
Раздел 11 Математическая статистика	40,6	8	8		24,6
КА	0,4				
КЭ	2,35				
Контроль	24,65				
Всего за 4 семестр	108	16	16		48,6
ИТОГО за 2 курс:	**216**	**32**	**48**		**99,2**

4.3. Тематика практических занятий

Тема практического занятия	Количество часов
1 курс	
1 семестр	
Линейная алгебра	12
Векторная алгебра	12
Аналитическая геометрия	12
Введение в математический анализ	12
Всего за 1 семестр	48
2 семестр	
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	10
Неопределенный и определенный интегралы	12
Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных, кратные интегралы	10
Всего за 2 семестр	32
ИТОГО за 1 курс	**80**
2 курс	
3 семестр	
Обыкновенные дифференциальные уравнения и **с**истемы обыкновенных дифференциальных уравнений	16
Ряды	16
Всего за 3 семестр	32
4 семестр	
Теория вероятностей	8
Математическая статистика	8
Всего за 4 семестр	**16**

ИТОГО за 2 курс	48

4.4. Тематика контрольных работ

1 курс

1 семестр

Контрольная работа № 1

Тема: Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Векторная алгебра. Вычисление пределов**.** Непрерывность.

2 семестр

Контрольная работа № 2

Тема: Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Неопределенный и определенный интегралы. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных, кратные интегралы. Криволинейный интеграл.

2 курс

3 семестр

Контрольная работа № 3

Тема: Дифференциальные уравнения. Ряды.

4 семестр

Контрольная работа № 4

Тема: Теория вероятностей. Математическая статистика.

5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

5.1. Распределение часов по темам и видам самостоятельной работы

Разделы и темы	Всего часов по учебному плану	Вид самостоятельной работы
1 курс		
1 семестр		
Раздел 1 Линейная алгебра	27	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Раздел 2 Векторная алгебра	27	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Раздел 3 Аналитическая геометрия	27	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний..
Раздел 4 Введение в математический анализ	27,6	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Всего за 1 семестр	108,6	
2 семестр		
Раздел 5	23	Самостоятельное изучение отдельных тем

Дифференциальное исчисление функции одной переменной		учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Раздел 6 Неопределенный и определенный интегралы	23	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Раздел 7 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных, кратные интегралы	24,6	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Всего за 2 семестр	70,6	
ИТОГО за 1 курс	**179,2**	
2 курс		
3 семестр		
Тема 8 Обыкновенные дифференциальные уравнения и **с**истемы обыкновенных дифференциальных уравнений	25	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 9 Ряды	25,6	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Всего за 3 семестр	50,6	
4 семестр		
Тема 10 Теория вероятностей	24	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Тема 11 Математическая статистика	24,6	Самостоятельное изучение отдельных тем учебной литературы. Выполнение контрольной работы. Подготовка к промежуточной аттестации и текущему контролю знаний.
Всего за 4 семестр	48,6	
ИТОГО за 2 курс	**99,2**	
ВСЕГО	**278,4**	

5.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов с указание места их нахождения:

- учебная литература – библиотека филиала
- методические рекомендации по выполнению контрольной работы;
- методические рекомендации по самостоятельной работе – сайт филиала.

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Вид оценочных средств	Количество
Текущий контроль	
Контрольная работа	4
Курсовая работа	-
Курсовой проект	-

Промежуточный контроль	
Экзамен	2
Зачет с оценкой	-
Зачет	2

Фонд оценочных средств представлен в приложении к рабочей программе.

7. Перечень основной и дополнительной литературы

7.1 Основная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Шипачев В.С.	Высшая математика : учебное пособие для вузов / В.С. Шипачев. - 8-е изд., перераб. и доп.	Москва : Издательство Юрайт, 2022. - 447 с. - Режим доступа: https://urait.ru/bcode/488662	Электронный ресурс
Л1.2	Гмурман В.Е.	Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов	Москва : Издательство Юрайт, 2020. - 479 с. - Режим доступа: https://urait.ru/bcode/449646	Электронный ресурс
Л1.3	Васильев А.А.	Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов	Москва : Издательство Юрайт, 2020. - 232 с. Режим доступа: https://urait.ru/bcode/453255	Электронный ресурс
7.2 Дополнительная литература				
Л2.1	Макаров С.И.	Высшая математика: математический анализ и линейная алгебра: учебное пособие	Москва : КноРус, 2020. - 320 с. - Режим доступа: https://www.book.ru/book/936531	Электронный ресурс
Л2.2	Под общ. ред. Хрипуновой М.Б., Цыганок И.И.	Высшая математика : учебник и практикум для вузов	Москва : Издательство Юрайт, 2020. - 478 с. - Режим доступа: https://urait.ru/bcode/450527	Электронный ресурс

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Официальный сайт филиала
2. Электронная библиотечная система

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1. Лекционные занятия составляют основу теоретического обучения, включают в себя систематизированные основы знаний по дисциплине, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах. Студентам рекомендуется конспектировать предлагаемый материал, для этого на занятиях необходимо иметь письменные принадлежности.

2. Практические занятия являются дополнением лекционных курсов и самостоятельной работы обучающихся, а также средством проверки усвоения ими знаний, даваемых на лекции и в процессе изучения рекомендуемой литературы. Практические занятия включают решение задач разного уровня. При подготовке к практическим занятиям по дисциплине необходимо ознакомиться с лекционным материалом на соответствующую тему.

3. Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины является важным видом учебных занятий. Умение самостоятельно работать необходимо для успешного овладения курсом. В рамках самостоятельной работы студент должен выполнить контрольные работы. Вариант контрольной работы выбирается в соответствии с последней цифрой шифра зачетной книжки студента. Выполнение и защита контрольной работы являются непременным условием для допуска к зачету и экзамену. Во время выполнения контрольной работы можно получить групповые или индивидуальные консультации у преподавателя.

10. Перечень информационных технологий, программного обеспечения и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Программное обеспечение для проведения лекций, демонстрации презентаций: Microsoft Office 2010 и выше.

Профессиональные базы данных, используемые для изучения дисциплины (свободный доступ)

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

11.1. Требования к аудиториям (помещениям, кабинетам) для проведения занятий с указанием соответствующего оснащения занятий с указанием соответствующего оснащения

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета (проведение занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации) - кабинет «Математики», аудитория № 619. Специализированная мебель: столы ученические - 23 шт., стулья ученические - 46 шт., доска настенная (меловая) - 1 шт., стол преподавателя - 1 шт., стул преподавателя - 1 шт. Технические средства обучения, служащие для представления учебной информации большой аудитории: переносной экран, переносной проектор, ноутбук. Учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие программе учебной дисциплины - комплект плакатов. Макеты - макеты объемных геометрических фигур.

11.2. Перечень лабораторного оборудования

Лабораторное оборудование не предусмотрено.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине

МАТЕМАТИКА

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения учебной дисциплины

1.1. Перечень компетенций

ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.

Индикатор ОПК-1.1. Применяет методы высшей математики для решения задач профессиональной деятельности.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

Наименование этапа	**Содержание этапа (виды учебной работы)**	**Коды формируемых на этапе компетенций, индикаторов**
Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	Лекции, самостоятельная работа студентов с теоретической базой, практические занятия	ОПК-1 (ОПК-1.1)
Этап 2. Формирование умений	Практические занятия	ОПК-1 (ОПК-1.1)
Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и умений	Выполнение контрольных работ	ОПК-1 (ОПК-1.1)
Этап 4. Проверка усвоенного материала	Защита контрольных работ, зачеты, экзамены	ОПК-1 (ОПК-1.1)

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

2.1. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции	Код компетенции, индикатор	Показатели оценивания компетенций	Критерии	Способы оценки
Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	ОПК-1 (ОПК-1.1)	- посещение лекционных и практических занятий; - ведение конспекта лекций	- наличие конспекта лекций по всем темам, вынесенным на лекционное обсуждение	участие в дискуссии
Этап 2. Формирование умений (решение задачи по образцу)	ОПК-1 (ОПК-1.1)	- решение задач практического занятия	- задачи решены верно	- решение типовых задач на практических занятиях
Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и	ОПК-1 (ОПК-1.1)	- наличие правильно выполненных контрольных работ	- контрольные работы имеют положительную рецензию и допущены к защите	контрольные работы

умений				
Этап 4. Проверка усвоенного материала	ОПК-1 (ОПК-1.1)	- успешная защита контрольных работ; - экзамены; - зачеты	- ответы на все вопросы по контрольным работам; - ответы на вопросы экзаменационного билета, на вопросы зачета и на дополнительные вопросы	устный ответ

2.2. Критерии оценивания компетенций по уровню их сформированности

Код компетенции, индикатор	Уровни сформированности компетенций		
	базовый	средний	высокий
ОПК-1 (ОПК-1.1)	**Знать:** - частично владеет основными понятиями и методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений и рядов, а также теории вероятностей, математической статистики **Уметь:** с помощью образцов и простейших алгоритмов: - дифференцировать и интегрировать функции одной и нескольких переменных; - применять методы математического анализа для исследования функций; - вычислять интегралы; - решать дифференциальные уравнения; - исследовать ряды; - вычислять основные характеристики и оценки распределения случайных величин; - выполнять проверку статистических гипотез; - составлять уравнения	**Знать:** - уверенно владеет основными понятиями и методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений и рядов, а также теории вероятностей, математической статистики **Уметь:** применять известные алгоритмы при решении нетиповых учебных задач на: - дифференцирование и интегрирование функций одной и нескольких переменных; - исследование функций; - вычисление интегралов; - решение дифференциальных уравнений; - исследование рядов; - вычисление основных характеристик и оценок распределения случайных величин; - проверку статистических гипотез; - составление уравнений	**Знать:** - свободно владеет основными понятиями и методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений и рядов, а также теории вероятностей, математической статистики **Уметь:** определять действия и возможные алгоритмы решения задач: - дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных; - исследования функций; - вычисления интегралов; - решения дифференциальных уравнений; - исследования рядов; - вычисления основных характеристик и оценок распределения случайных величин; - проверки статистических

	регрессии **Владеть:** частично навыками - дифференцирования и интегрирования; - исследования функций; - решения дифференциальных уравнений и исследования числовых и функциональных рядов; - вычисления параметров распределения случайных величин; - статистической обработки результатов эксперимента; - навыками статистической обработки и обобщения полученных данных; - проверки статистических гипотез и составления уравнений регрессии; – решения типовых инженерных задач в MathCad и Excel	регрессии **Владеть:** уверенно навыками - дифференцирования и интегрирования; - исследования функций; - решения дифференциальных уравнений и исследования числовых и функциональных рядов; - вычисления параметров распределения случайных величин; - статистической обработки результатов эксперимента; - навыками статистической обработки и обобщения полученных данных; - проверки статистических гипотез и составления уравнений регрессии; - решения типовых инженерных задач в MathCad и Excel	гипотез; - составления уравнений регрессии **Владеть:** свободно навыками - дифференцирования и интегрирования; - исследования функций; - решения дифференциальных уравнений и исследования числовых и функциональных рядов; - вычисления параметров распределения случайных величин; - статистической обработки результатов эксперимента; - навыками статистической обработки и обобщения полученных данных; - проверки статистических гипотез и составления уравнений регрессии; - решения типовых инженерных задач в MathCad и Excel

2.3. Шкалы оценивания формирования индикаторов достижения компетенций

а) Шкала оценивания экзамена

Шкала оценивания	Критерии оценивания
оценка «отлично»	Индикатор достижения компетенции сформирован на высоком уровне. Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками, в том числе в ситуациях повышенной сложности. Отвечает на все вопросы билета без наводящих вопросов со стороны преподавателя. Не испытывает затруднений при ответе на дополнительные вопросы.
оценка «хорошо»	- Индикатор достижения компетенции сформирован на высоком уровне, но допускаются неточности; - индикатор достижения компетенции сформирован на среднем уровне, но студент отвечает на все дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора

	достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками; его ответ представляет грамотное изложение учебного материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий; правильно применены теоретические положения, подтвержденные примерами. На два теоретических вопроса студент дал полные ответы, на третий - при наводящих вопросах преподавателя. При ответе на дополнительные вопросы допускает неточности.
оценка «удовлетворительно»	- Индикатор достижения компетенции сформирован на базовом уровне и студент отвечает на все дополнительные вопросы; - индикатор достижения компетенции сформирован на среднем уровне с наличием неточностей и затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но проблемы не носят принципиального характера. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикатора достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне: допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний по ряду вопросов. Затрудняется отвечать на дополнительные вопросы.
оценка «неудовлетворительно»	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового и студент затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено частично. Студент демонстрирует явную недостаточность или полное отсутствие знаний, умений и навыков на заданном уровне сформированности индикатора достижения компетенции.

б) Шкала оценивания зачета

Шкала оценивания	Критерии оценивания
Зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне не ниже базового и студент отвечает на дополнительные вопросы. Студент: - прочно усвоил предусмотренной программой материал; - правильно, аргументировано ответил на все вопросы; - показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; - без ошибок выполнил практическое задание.
Не зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового и студент затрудняется ответить на дополнительные вопросы. Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

в) Шкала оценивания контрольных работ

Шкала оценивания	Критерии оценивания
Зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне не ниже базового. Даны ответы на все теоретические вопросы. Все расчеты выполнены верно и имеют необходимые пояснения
Не зачтено	Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового. В расчетах допущены ошибки, необходимые пояснения

	отсутствуют, имеются ошибки в теоретических вопросах.

3. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Код компетенции, индикатор	Этапы формирования компетенции, индикаторов	Типовые задания (оценочные средства)
ОПК-1 (ОПК-1.1)	Этап 1. Формирование теоретической базы знаний	- решение задач по образцу
	Этап 2. Формирование умений (решение задачи по образцу)	- решение типовых задач на практических занятиях
	Этап 3. Формирование навыков практического использования знаний и умений	- контрольная работа: перечень задач по вариантам (методические рекомендации)
	Этап 4. Проверка усвоенного материала	- вопросы к экзамену, зачету (приложение 1)

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков

Зачет

Зачет проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Зачет проходит в форме собеседования по билетам, в которые включаются теоретические вопросы и задача. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций студента. Аудиторное время, отведенное студенту, на подготовку – 30 мин.

Экзамен

Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Экзамен проходит в форме собеседования по билетам, в которые включаются теоретические вопросы. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций студента. Аудиторное время, отведенное студенту, на подготовку – 30 мин.

Контрольная работа

Это внеаудиторный вид самостоятельной работы студентов. Контрольная работа включает в себя задачи, охватывающих изучаемые разделы математики. Работа выполняется по вариантам, согласно последней цифре шифра и сдается на проверку.

После проверки контрольная работа возвращается студентам для подготовки ее защите. Защита контрольной работы проводится на экзаменационной сессии и является основанием для допуска студента к экзамену. При защите контрольной работы студенты должны ответить на теоретические вопросы по тематике контрольной работы.

1 курс

1 семестр

Контрольная работа № 1

Тема: Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Векторная алгебра.

Вычисление пределов**.** Непрерывность.

2 семестр

Контрольная работа № 2

Тема: Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Неопределенный и определенный интегралы. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных, кратные интегралы. Криволинейный интеграл.

2 курс

3 семестр

Контрольная работа № 3

Тема: Дифференциальные уравнения. Ряды.

4 семестр

Контрольная работа № 4

Тема: Теория вероятностей. Математическая статистика.

Практические занятия

Практические занятия - метод репродуктивного обучения, обеспечивающий связь теории и практики, содействующий выработке у студентов умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

При проведении практических занятий студентам предлагаются два вида задач по темам, отведенным на практическое занятие:

- типовые задачи, образцы, решения которых были рассмотрены на лекции, при их решении применяется одно правило (формула, закон);
- задачи, требующие для решения применения нескольких правил (формул, законов), построения графиков. Как правило, образцы таких задач на лекциях не рассматриваются.

Дискуссия

При проведении дискуссии студентам для обсуждения предлагаются вопросы по теме, отведенной на практическое или лабораторное занятие (согласно рабочей программе учебной дисциплины). При ответе на вопрос студент должен раскрыть тему, указать размерности используемых физических величин и их смысл.

Приложение 1

1 КУРС 1 СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Определители второго и третьего порядков. Свойства определителей.
2. Формулы Крамера для решения систем трех линейных уравнений с тремя неизвестными.
3. Определение матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами.
4. Миноры и алгебраические дополнения матриц: определение, формулы для вычисления.
5. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
6. Линейная независимость векторов. Базис в пространстве.
7. Системы m линейных уравнений с n неизвестными: разрешимость и определенность. Элементарные преобразования систем.
8. Ранг матрицы, базисный минор, элементарные преобразования матриц: определения, теорема о базисном миноре.
9. Метод Гаусса решения систем m линейных уравнений с n неизвестными.
10. Векторы: основные понятия, действия над векторами и их свойства.
11. Линейно независимые векторы и их свойства. Понятие базиса. Декартовая система координат.
12. Скалярное произведение векторов и его свойства.
13. Векторное произведение векторов и его свойства.
14. Смешанное произведение векторов и его свойства.
15. Различные виды уравнений прямой на плоскости (общее; через две точки; по точке и вектору нормали; по точке и направляющему вектору; по точке и перпендикулярно данной прямой; с угловым коэффициентом; в отрезках; пучок прямых). Примеры.
16. Угол между прямыми на плоскости. Пример.
17. Расстояние от точки до плоскости. Пример.
18. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Основные элементы и графики.
19. Полярные координаты точки на плоскости, их связь с декартовыми.
20. Различные виды уравнения плоскости в пространстве (общее уравнение; через три точки; по двум точкам и коллинеарному вектору; по точке и двум коллинеарным векторам; по точке и вектору нормали; в отрезках; в векторной форме; пучок плоскостей). Примеры.
21. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.
22. Уравнение прямой в пространстве (по точке и направляющему вектору; через две точки; общее уравнение).
23. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
24. Поверхности второго порядка.
25. Примеры числовых множеств. Натуральные числа. Принцип математической индукции: суть метода математической индукции, алгоритм (на конкретном примере).

26. Комплексные числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

27. Изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

28. Вещественная функция вещественной переменной: определение, способы задания, примеры.

29. Сложная функция. Примеры.

30. Арифметические операции с функциями, свойства операций. Примеры.

31. Свойства функций: симметрия, периодичность.

32. Свойства функций: монотонность. Монотонность композиции.

33. Числовая последовательность. Определение предела последовательности. Свойства пределов.

34. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Свойства пределов, выраженные равенствами и неравенствами.

35. Связь между сходимостью и ограниченностью. Теорема Вейерштрасса, Больцано – Вейерштрасса.

36. Бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно больших, их связь с бесконечно малыми последовательностями.

37. Свойства бесконечных последовательностей, виды неопределенностей.

38. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Примеры.

39. Односторонние пределы. Свойства пределов функции.

40. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные и полезные пределы.

41. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.

42. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций.

43. Точки разрыва функций и их классификация.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Вычисление определителей второго и третьего порядков.
2. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Разложение векторов по базисным.
4. Вычисление скалярного произведения в трехмерном пространстве.
5. Вычисление длина вектора и угла между векторами.
6. Вычисление векторного и смешанного произведений векторов.
7. Составление уравнений прямой на плоскости по различным заданным элементам.
8. Вычисление угла между прямыми. Установление параллельности и перпендикулярности двух прямых. Вычисление расстояния от точки до прямой.
9. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду и установление типа кривой второго порядка по уравнению.
10. Перевод полярных координат в декартовые и обратно.
11. Составление уравнения плоскости по различным элементам.
12. Составление уравнения прямой в пространстве по заданным элементам.
13. Вычисление угла между плоскостями; угла между прямыми; угла между прямой и плоскостью. Установление параллельности и перпендикулярности.
14. Выполнение действий над матрицами: умножение матриц на число, сложение и умножение матриц. Транспонирование матриц.

15. Вычисление определителей n – го порядка.
16. Нахождение обратной матрицы.
17. Решение систем линейных уравнений матричным способом.
18. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
19. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
20. Нахождения обратной матрицы методом Гаусса.
21. Приведение квадратичных форм к каноническому виду.
22. Действия над комплексными числами.
23. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.
24. Вычисление пределов числовых последовательностей.
25. Вычисление пределов используя свойства бесконечно малых.
26. Раскрытие неопределенностей различных видов.
27. Нахождение односторонних пределов функции.
28. Исследование функции на непрерывность.
29. Нахождение точек разрыва функции и определение типа точки разрыва.
30. Применение свойств функций, непрерывных на отрезке.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$ и $\vec{b} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k}$. Найти вектор $\vec{m} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$ и его длину.

2. Даны векторы $\vec{a}$ (1; 2; 3), $\vec{b}$ (-1; 0; 3), $\vec{c}$ (2; 1; -1) и $\vec{d}$ (3; 2; 2) в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

3. Найти $(5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.

4. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

5. Найти скалярное произведение векторов $2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c}$ и $5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, $\vec{a}\wedge\vec{b} = \vec{a}\wedge\vec{c} = \vec{b}\wedge\vec{c} = \frac{\pi}{3}$.

6. Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

7. Доказать, что векторы $\vec{a} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j} + 8\vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ компланарны.

8. Найти угол между прямой $3x + y - 6 = 0$ и прямой, проходящей через точки $A(-3; 1)$ и $B(3; 3)$.

9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1; 3)$ и отсекающей от оси ординат отрезок $b = 4$.

10. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4. Найти площадь грани $A_1A_2A_3$ и объем пирамиды. Сделать чертеж.

A_1 (4; 2; 5), A_2 (0; 7; 2), A_3 (0; 2; 7), A_4 (1; 5; 0) .

11. Составить уравнение перпендикуляра, проходящего через середину отрезка AB, если $A(1,3)$; $B(3,1)$.

12. Составить уравнения прямой, проходящей через т. $M_1(2;3;-1)$ и $M_2(3;1;4)$ и указать какая из т. A, B, C, D, E лежит на этой прямой. Сделать чертеж.

а) $A(5;-3;14)$; б) $B(5;14;-3)$; в) $C(-3;5;14)$; г) $D(-3;14;5)$; д) $E(14;-3;5)$.

13. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от начала координат и от точки $A(5; 0)$ относятся как 2:1. Сделать чертеж.

14. Найти координаты центра и радиус окружности, если ее уравнение задано в виде: $2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y - 4 = 0$.

15. Составить уравнение прямой, проходящей через левый фокус и нижнюю вершину эллипса, заданного уравнением: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

16. Составить уравнение эллипса, если его фокусы $F_1(0; 0)$, $F_2(1; 1)$, большая ось равна 2.

Уравнение кривой в полярной системе координат имеет вид: $r=\frac{9}{4-5\cos\varphi}$. Найти уравнение кривой в декартовой прямоугольной системе координат, определит тип кривой, найти фокусы и эксцентриситет. Схематично построить кривую.

17. Составить уравнение множества точек, для каждой из которых выполняется следующее условие: расстояние до точки $A(0,2)$ равно расстоянию до прямой $y - 4 = 0$.

18. Найти каноническое уравнение, если прямая задана в виде: $\begin{cases}2x-y+3z-1=0\\5x+4y-z-7=0\end{cases}$

19. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки A(2, -1, 4) и B(3, 2, -1) перпендикулярно плоскости $x + y + 2z - 3 = 0$.

20. Даны матрицы A = $\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix}5 & 2\\1 & 3\end{pmatrix}$. Найти det (AB).

21. Даны матрицы A и B. Вычислить $A \cdot B$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 3\\1 & -1 & 0\\-1 & 2 & 1\end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix}2 & 6 & 3\\3 & 2 & 3\\4 & 3 & 4\end{pmatrix}$$

22. Даны матрицы A = $\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\2 & 4 & 1\\1 & -4 & 2\end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ и число $\alpha = 2$. Найти $A^TB+\alpha C$.

23. Решить систему по формулам Крамера

$$\begin{cases}x+y-3z=0\\3x+2y+2z=-1\\x-y+5z=-2\end{cases}$$

24. Дана матрица A. Найти матрицу A-1 и установить, что A A-1=E.

$$A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 3\\1 & -1 & 0\\-1 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

25. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases}x_1+x_2+3x_3-2x_4+3x_5=4\\2x_1+2x_2+4x_3-x_4+3x_5=6\\3x_1+3x_2+5x_3-2x_4+3x_5=6\\2x_1+2x_2+8x_3-3x_4+9x_5=14\end{cases}$$

26. Доказать, что последовательность $\{x_n\}=\frac{n}{2n+1}$ монотонная возрастающая.

27. Выяснить является возрастающей или убывающей последовательность $\{x_n\} = \frac{n}{5^n}$.

28. Доказать, что предел последовательности $\lim \frac{(-1)^n}{n} = 0$.

29. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1-2x}{3x-2}$, б) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$, в) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x$

30. Задана функция $y=f(x)$. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать схематический чертеж.

$$f(x)=\begin{cases} x+4, & x<-1; \\ x^2+2, & -1\le x<1; \\ 2x, & x\ge 1. \end{cases}$$

1 КУРС 2 СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Определение производной функции. Геометрический и физический смысл производной.
2. Правила дифференцирования и таблица производных основных элементарных функций.
3. Производная обратной и сложной функции.
4. Производная функции, заданной параметрически.
5. Дифференциал функции, его геометрический и физический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала.
6. Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Правило Лопиталя.
8. Формула Тейлора.
9. Монотонные функции. Теоремы о монотонных на интервале функциях.
10. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума.
11. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
12. Асимптоты кривых.
13. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
14. Первообразная функции. Неопределённый интеграл, его свойства.
15. Непосредственное интегрирование. Интегрирование подстановкой.
16. Интегрирование по частям.
17. Интегрирование простейших рациональных дробей.
18. Интегрирование рациональных функций путём разложения на

простейшие дроби.

19. Интегрирование рациональных функций.
20. Интегрирование тригонометрических функций.
21. Интегрирование иррациональных функций с помощью тригонометрических подстановок.
22. Определённый интеграл, как предел интегральной суммы. Основные свойства определённого интеграла.
23. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённого интеграла
24. Несобственные интегралы I и II рода.
25. Функции нескольких переменных, область определения, способы задания. Предел функции в точке. Непрерывность.
26. Частные приращения и частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
27. Полное приращение и полный дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
28. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных.
29. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования.
30. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Формулировка достаточных условий.
31. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
32. Производная по направлению и градиент, их связь. Геометрический смысл градиента.
33. Двойные интегралы: их свойства.
34. Тройные интегралы: их свойства.
35. Замена переменных в тройных интегралах.
36. Геометрические приложения кратных интегралов.
37. Физические приложения кратных интегралов.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Вычисление производной функции по определению и с помощью правил и таблицы производных.
2. Составление уравнения и построение касательной и нормали к графику функции.
3. Представление сложной функции в виде композиции основных элементарных функций.
4. Вычисление производных сложных функций.
5. Вычисление дифференциала функции.
6. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.
7. Представление функций с помощью формулы Тейлора.
8. Определение монотонные функции.
9. Нахождение экстремумов функции.
10. Вычисление наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
11. Определение выпуклость графика функции. Нахождение точек перегиба.
12. Нахождение асимптот кривых.

13. Нахождение производной векторной функция скалярного аргумента.
14. Определение принадлежности точки кривой, заданной параметрически.
15. Вычисление производной параметрической функции.
16. Применение логарифмического дифференцирования.
17. Исследование функции и построение ее графика.
18. Вычисление интеграла непосредственным интегрированием.
19. Вычисление интеграла подстановкой.
20. Вычисление интеграла по частям.
21. Вычисление интеграла от простейших рациональных дробей.
22. Вычисление интеграла от рациональных функций путём разложения на простейшие дроби.
23. Вычисление интеграла от рациональных функций.
24. Вычисление интеграла от тригонометрических функций.
25. Вычисление интеграла от иррациональных функций с помощью тригонометрических подстановок.
26. Вычисление определённого интеграла
27. Вычисление несобственных интегралов I и II рода.
28. Приложения определённого интеграла к вычислению площадей плоских фигур.
29. Приложения определённого интеграла к вычислению длин дуг кривых.
30. Приложения определённого интеграла к вычислению объёмов тел и площадей поверхностей вращения.
31. Нахождение области определения функции нескольких переменных.
32. Вычисление предел функции нескольких переменных в точке.
33. Исследование функции нескольких переменных на непрерывность.
34. Вычисление частных приращений и частных производных.
35. Построение касательной плоскости и нормали к поверхности.
36. Приближённые вычисления с помощью полного дифференциала.
37. Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков.
38. Исследование функции нескольких переменных на экстремум.
39. Нахождение условного экстремум. Применение метода множителей Лагранжа.
40. Вычисление производная по направлению и градиента.
41. Двойные интегралы: вычисление в декартовых координатах.
42. Замена переменных в двойных интегралах: переход от декартовых координат к полярным координатам.
43. Тройные интегралы: вычисление в декартовых координатах.
44. Замена переменных в тройных интегралах: переход от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим.
45. Геометрические приложения кратных интегралов.
46. Физические приложения кратных интегралов.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Студент должен владеть навыками применения математики, позволяющими решать типовые задачи по математике, представленные в контрольных работах. Примеры задач:

1 курс.

1. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций

$$\text{а) } y = \arccos\sqrt{x}; \text{б) } y = \ln ctg\frac{x}{3}; \text{ в) } x = 2t^2 + t,\ y = \ln t.$$

2. Найти y''', если $x^2 + y^2 = 1$.
3. Найти d^2y, если $y = e^{3x}$.
4. Найти пределы функции, применяя правило Лопиталя.

$$а)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{1-2\sin x}{1-\sqrt{3}tgx};\ б)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1-tgx}.$$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a;b]$. $f(x) = x^3 - 12x + 7;\quad [0;3]$.

6. Найти асимптоты и построить график функции $y = \frac{9x}{9-x^2}$.

7. Найти асимптоты и построить график функции $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+2}$.

8. Применяя непосредственное интегрирование вычислить: $\int (5x^2 + 7x - \frac{2}{x})dx$.

9. Вычислить $\int x(x^2+1)^{3/2}dx$.

10. Вычислить $\int x^2 \sin x dx$.

11. Вычислить $\int e^{2x}\cos x dx$.

12. Вычислить $\int \frac{\sqrt{2-x^2} + \sqrt{2+x^2}}{\sqrt{4-x^4}}dx$.

13. Вычислить $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 2x + 8}}$.

14. Вычислить $\int \frac{7x-2}{3x^2 - 5x + 4}dx$.

15. Вычислить $\int \frac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5}$.

16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2,\ x + y + 2 = 0$

17. Вычислить определенный интеграл: $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$

18. Вычислить несобственный интеграл: $\int_0^{+\infty} \frac{arctgx}{1+x^2}dx$

19. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x dx;$

20. Найти область определения функции: $u = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$

21. Найти экстремумы функции: $z=(x^2+y^2)(e^{-(x^2+y^2)}-1)$

22. Найти частную производную второго порядка функции: $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u=\ln(tg(x+y))$

23. Найти частную производную второго порядка функции: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z=x^2\ln(x+y)$

24. Найти частную производную третьего порядка функции: $\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$, если $u=\sin(x+\cos y)$

25. Вычислить приближенно $\sqrt{5e^{0,02}+2,03^2}$, исходя из значений функции $z=\sqrt{5e^x+y^2}$ при $x=0,\ y=2$.

26. Показать, что функция $z=\frac{x^2}{2y}+\frac{x}{2}+\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ удовлетворяет уравнению $x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{x^3}{y}$.

27. Вычислить $\iint\limits_D e^{x+\sin y}\cos y dxdy$, если область D – прямоугольник $0\le x\le \pi,\ 0\le y\le \pi/2$.

28. Вычислить повторный интеграл: $\int\limits_0^{2\pi}\cos^2 x dx\int\limits_0^a y dy$.

29. Вычислить $\iint\limits_D y\ln x dxdy$, если область D ограничена линиями $xy=1,\ y=\sqrt{x},\ x=2$.

30. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_1^e dx\int\limits_0^{\ln x} f(x,y)dy$.

2 КУРС 3 СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения (основные понятия и определения).
3. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (без доказательства).
4. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.
5. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемые в

квадратурах. Уравнения с разделяющимися переменными.

6. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах. Однородные дифференциальные уравнения.

7. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах. Линейные дифференциальные уравнения.

8. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах. Уравнения Бернулли.

9. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах. Уравнения в полных дифференциалах.

10. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

11. Уравнения, допускающие понижение порядка.

12. Линейные дифференциальные уравнения. Понятие однородного и неоднородного уравнения.

13. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Система фундаментальных решений. Общее решение.

14. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.

16. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.

17. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.

18. Уравнения с правой частью специального вида.

19. Нормальные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения.

20. Решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений в случае действительных различных корней характеристического уравнения.

21. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости.

22. Действия со сходящимися рядами.

23. Числовые ряды с положительными членами.

24. Достаточные признаки сходимости. Признаки сравнения.

25. Достаточные признаки сходимости. Признак Даламбера.

26. Достаточные признаки сходимости. Радикальный признак Коши.

27. Достаточные признаки сходимости. Интегральный признак Коши.

28. Знакопеременные ряды.

29. Абсолютная и условная сходимости.

30. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

31. Функциональные ряды. Область сходимости.

32. Понятие равномерной сходимости. Теорема Вейерштрасса.

33. Свойства равномерно сходящихся рядов.

34. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости.

35. Основные свойства степенных рядов.

36. Ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье.

37. Формулировка условий разложимости в точке.

38. Условие равномерной сходимости.

39. Ряды Фурье для функций с произвольным переходом.

40. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.

41. Интеграл Фурье.

42. Преобразование Фурье, его свойства и применение.

43. Криволинейные интегралы первого и второго рода, их свойства и вычисление.

44. Геометрические и физические приложения.

45. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.

46. Ориентированные и неориентированные поверхности.

47. Поток векторного поля через ориентированную поверхность: его свойства и физический смысл. Формула Остроградского - Гаусса.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.

2. Решение однородных дифференциальных уравнений.

3. Решение линейных дифференциальных уравнений.

4. Решение дифференциальных уравнений Бернулли.

5. Решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.

6. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.

7. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений.

8. Решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.

9. Решение линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.

10. Запись векторной формы для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

11. Структура решения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

12. Решение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений методом исключения.

13. Решение нормальных систем линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

14. Решение нормальных систем линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в случае действительных различных корней характеристического уравнения.

15. Проверка устойчивости решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

16. Решение линейных уравнений первого порядка в частных производных.

17. Решение задачи Коши для линейных уравнений первого порядка в частных производных методом Даламбера.

18. Решение задачи Коши для линейных уравнений первого порядка в частных производных методом разделения переменных.

19. Решение задачи Коши для линейных уравнений первого порядка в частных производных методом Фурье.

20. Решение задачи Дирихле в круге методом Фурье.

21. Решение разностных уравнений первого и второго порядка.

22. Проверка необходимого условия сходимости.

23. Выполнение действий со сходящимися рядами.

24. Проверка сходимости числовых рядов с положительными членами по

признаку сравнения.

25. Проверка сходимости числовых рядов с положительными членами по признаку Даламбера.
26. Проверка сходимости числовых рядов с положительными членами по радикальному признаку Коши.
27. Проверка сходимости числовых рядов с положительными членами по интегральному признаку Коши.
28. Проверка сходимости знакопеременных рядов по признаку Лейбница.
29. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда.
30. Определение области сходимости степенного ряда.
31. Разложение функций в ряд Тейлора.
32. Вычисление значений функций с помощью степенных рядов.
33. Вычисление пределов с помощью степенных рядов.
34. Вычисление определенных интегралов с помощью степенных рядов.
35. Разложение в ряд Фурье непериодических функций.
36. Применение преобразования Фурье.
37. Решение обыкновенных линейных дифференциальных уравнений и их систем операционным методом.
38. Вычисление потока векторного поля через ориентированную поверхность.
39. Вычисление дивергенции векторного поля.
40. Проверка соленоидальности поля.
41. Вычисление работы силового поля.
42. Вычисление циркуляции векторного поля.
43. Определение ротора векторного поля в декартовых координатах.
44. Определение потенциала векторного поля.
45. Запись градиента, дивергенции и ротора векторного поля с помощью оператора Гамильтона.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Дифференциальные уравнения и системы

1. Решить дифференциальное уравнение I порядка
$$x^2dy = (y^2 + xy)dx$$
2. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения
$$y^{/} = \frac{y^2}{x^2} + \frac{4\mathrm{y}}{\mathrm{x}} + 2$$
3. Найти решение задачи Коши
$$y^{/} - \frac{y}{x} = x^2,\ \ y(1) = 0$$
4. Решить линейное дифференциальное уравнение
$$y^{//} + 9y = 6e^{3x}.$$
5. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения
$$2xy^{///} = y^{//}$$
6. Написать простейшую формулу n-го члена по указанным членам.
$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \cdots$$
7. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)3^n}$$

8. Исследовать ряд на сходимость (абсолютная, условная)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)3^n}$$

9. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\,3^n(x-1)^n$$

10. Найти закон движения материальной точки массы m, если известно, что работа силы, действующей в направлении движения, пропорциональна пути от начала этого движения (коэффициент пропорциональности k).

11. Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений. Сделать проверку найденного решения подстановкой в исходную систему уравнений.

$$\begin{cases} x' = 5x + 2y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$$

12. Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в указанном интервале. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно. Построить графики функции f(x) и ее приближения. f(x) = x–1 в интервале $(-\pi;\pi)$.

13. Найти решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям, применяя метод операционного исчисления.

$$y'' - y' = te^t,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

14. Найти поток векторного поля $\vec{F}$ в направлении нормали $\vec{n}$ через поверхность S треугольника, высекаемого координатными плоскостями из плоскости, проходящей через точку P перпендикулярно вектору $\vec{n}$.

$$\vec{F} = (x-y)\vec{\imath}, \vec{n}(2,-3,1), P(1,2,3).$$

15. Проверить, является ли векторное поле $\vec{F}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{F}$ найти его потенциал.

$$\vec{F} = (5x + 6yz; 5y + 6xz; 5z + 6xy).$$

16. Решить дифференциальное уравнение I порядка

$$x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$$

17. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$y' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2x + x^3}$$

18. Найти решение задачи Коши

$$y' - \frac{y}{x} = x^2,\ \ y(1) = 0$$

19. Решить линейное дифференциальное уравнение

$$y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x,\ \ y(-1) = \frac{3}{2}.$$

20. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$xy''' + 2y'' = 0$$

21. Написать простейшую формулу n-го члена по указанным членам.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\cdots$$

22. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+5}{2^n}$$

23. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2}{2n^4+1}$$

24. При каких значениях p из множества {0,1,2,3,4,5} заданный ряд сходится условно?

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 2n}{3n^p+5}$$

25. Исследовать ряд на сходимость (абсолютная, условная)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$$

26. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{5^n(n-4)}$$

27. Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений. Сделать проверку найденного решения подстановкой в исходную систему уравнений.

$$\begin{cases} x' = 2x+3y \\ y' = x+2y \end{cases}$$

28. Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в указанном интервале. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно. Построить графики функции f(x) и ее приближения. f(x) = -x в интервале $(-1;1)$.

29. Найти решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям, применяя метод операционного исчисления.

$$y'' - y' = te^t, \quad y(0) = 1, \qquad y'(0) = 0.$$

30. Проверить, является ли векторное поле $\vec{F}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{F}$ найти его потенциал.

$$\vec{F} = (\mathrm{yz} - xy; xz - \frac{x^2}{2} + yz^2; xy + y^2 z).$$

2 КУРС 4 СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Предмет и основные определения теории вероятностей.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности, вытекающие из классического определения. Примеры.
3. Статистическое определение вероятности, его особенности и связь с классическим определением.
4. Полная группа несовместных событий, противоположные события,

свойства их вероятностей.

5. Зависимые и независимые события. Условные и безусловные вероятности.

6. Теоремы умножения вероятностей.

7. Теоремы сложения вероятностей.

8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

9. Комбинаторика: размещения, сочетания, перестановки. Размещения, сочетания и перестановки с повторениями. Примеры.

10. Случайные величины и случайные события. Дискретные и непрерывные случайные величины.

11. Закон распределения случайной величины и способы его задания.

12. Числовые характеристики случайных величин.

13. Начальные и центральные моменты.

14. Асимметрия и эксцесс.

15. Математическое ожидание случайной величины. Его смысл и примеры.

16. Свойства математического ожидания.

17. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Их смысл и примеры вычисления. Формулы для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии.

18. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение частоты и частости.

19. Формула Бернулли. Биномиальное распределение. Наивероятнейшее число появлений события.

20. Формула Пуассона. Закон распределения вероятностей редких событий.

21. Гипергеометрическое распределение.

22. Равномерное распределение.

23. Непрерывные случайные величины.

24. Дифференциальная и интегральная функции распределения, их смысл и связь между ними.

25. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Вероятность того, что непрерывная случайная величина примет точно заданное значение.

26. Нормальное распределение. Плотность нормального распределения и ее свойства. Функция распределения нормально распределенной случайной величины.

27. Нормированное (стандартное) нормальное распределение.

28. Функция Лапласа: график, свойства, таблицы.

29. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.

30. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины от своего математического ожидания. Правило трех сигм.

31. Локальная теорема Лапласа.

32. Интегральная теорема Лапласа.

33. Закон больших чисел. Понятие о теореме Чебышева (общий случай). Значение теоремы Чебышева.

34. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.

35. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова.

36. Предмет и основные задачи математической статистики.

37. Вариационные ряды. Виды вариации. Границы интервалов в вариационных рядах, величина интервала. Накопленные частоты.

38. Графическое изображение вариационных рядов.

39. Числовые характеристики вариационного ряда. Средняя арифметическая и ее свойства, мода и медиана.

40. Показатели рассеяния: вариационный размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации.

41. Основные положения теории выборочного метода. Генеральная совокупность и выборка.

42. Законы распределения, применяемые в математической статистике: распределения χ^2, Стьюдента, Пирсона.

43. Статистические оценки параметров распределения (сущность теории оценивания): несмещенность, состоятельность, эффективность оценок.

44. Точечные оценки: выборочная средняя, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

45. Точечная оценка генеральной средней по выборочной средней.

46. Точечная оценка генеральной дисперсии. “Исправленные” выборочная дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

47. Интервальные оценки. Точность оценки. Доверительная вероятность.

48. Доверительные интервалы для оценки неизвестного значения генеральной средней и генеральной доли.

49. Статистическая проверка гипотез.

50. Статистическая гипотеза: параметрическая и непараметрическая; нулевая и альтернативная.

51. Ошибки I и II рода.

52. Уровень значимости и мощность критерия.

53. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия.

54. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Отыскание односторонней и двусторонней критических областей.

55. Основные этапы проверки статистических гипотез.

56. Гипотеза о равенстве выборочной средней и гипотетической генеральной средней нормальной совокупности при известной и неизвестной генеральной дисперсии.

57. Гипотеза о равенстве наблюдаемой относительной частоты и гипотетической вероятности появления события.

58. Гипотеза о равенстве долей признака в двух совокупностях.

59. Гипотеза о законе распределения случайной величины. Критерий согласия Пирсона.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Вычисление вероятностей событий с помощью классического определения.

2. Вычисление вероятностей событий с помощью статистическое определения вероятности.

3. Вычисление геометрических вероятностей событий.

4. Вычисление вероятностей совместных и несовместных событий.

5. Вычисление вероятностей зависимых и независимых событий. Условные и безусловные вероятности.

6. Применение формулы полной вероятности.

7. Применение формулы Байеса.

8. Применение комбинаторных формул для подсчета количества элементов выборки.

9. Задание закона распределения случайной величины.

10. Вычисление числовые характеристик дискретных случайных величин.

11. Вычисление числовые характеристик непрерывных случайных величин.

12. Вычисление начальных и центральных моментов случайных величин.

13. Вычисление асимметрия и эксцесс.

14. Вычисление математического ожидания случайной величины.

15. Вычисление дисперсии и среднего квадратического отклонения случайной величины.

16. Вычисление вероятностей по формуле Бернулли.

17. Определение наивероятнейшего числа появлений события.

18. Вычисление вероятностей по формуле Пуассона.

19. Применение закона распределения вероятностей редких событий.

20. Применение гипергеометрического распределения.

21. Использование равномерного распределения.

22. Построение дифференциальной и интегральной функций распределения непрерывных случайных величин.

23. Нахождение вероятности попадания случайной величины в заданный интервал.

24. Определение вероятности того, что непрерывная случайная величина примет точно заданное значение.

25. Применение нормального распределения.

26. Нахождение плотности нормального распределения.

27. Построение функции распределения нормально распределенной случайной величины.

28. Применение нормированного (стандартного) нормального распределения.

29. Исследование функции Лапласа: построение графика, определение свойств.

30. Вычисление вероятности попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.

31. Определение вероятности заданного отклонения нормальной случайной величины от своего математического ожидания. Применение правила трех сигм.

32. Применение локальной теоремы Лапласа.

33. Применение интегральной теоремы Лапласа.

34. Приложения закона больших чисел.

35. Применение теоремы Чебышева.

36. Применение теоремы Бернулли.

37. Применение центральной предельной теоремы Ляпунова.

38. Построение вариационных рядов.

39. Графическое изображение вариационных рядов.

40. Нахождение числовых характеристик вариационного ряда. Средняя арифметическая и ее свойства, мода и медиана.

41. Определение показателей рассеяния: вариационный размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации.

42. Нахождение точечных оценок выборочная средняя, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

43. Вычисление точечной оценки генеральной средней по выборочной средней.

44. Вычисление точечной оценки генеральной дисперсии. Вычисление исправленных выборочной дисперсии и среднего квадратического отклонения.

45. Определение интервальных оценок.

46. Нахождение доверительных интервалов для оценки неизвестного значения генеральной средней и генеральной доли.

47. Определение критической области, области принятия гипотезы.

48. Определение критических точек.

49. Отыскание односторонней и двусторонней критических областей.

50. Проверка гипотезы о равенстве выборочной средней и гипотетической генеральной средней нормальной совокупности при известной и неизвестной генеральной дисперсии.

51. Проверка гипотезы о равенстве наблюдаемой относительной частоты и гипотетической вероятности появления события.

52. Проверка гипотезы о равенстве долей признака в двух совокупностях.

53. Проверка гипотезы о законе распределения случайной величины. Критерий согласия Пирсона.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

1. На станцию прибыли 10 вагонов разной продукции. Вагоны помечены номерами от одного до десяти. Найти вероятность того, что среди пяти выбранных для контрольного вскрытия вагонов окажутся вагоны с номерами 2 и 5?

2. Два приятеля условились встретиться у кинотеатра «Россия», договорившись только о том, что каждый является туда в момент времени между 18 и 19 часами и ждет в течение 15 минут. Если один из друзей к этому времени еще не пришел или уже успел уйти, встреча не состоится. Найти вероятность того, что встреча состоится.

3. Какова вероятность, что при случайном расположении кубиков, на которых написаны буквы С, И, М, Ь, Л, У, П получится слово а) «ИМПУЛЬС»; б) «ПУЛЬС».

4. Какова вероятность, что при случайном расположении кубиков, на которых написаны буквы О, О, О, М, Л, Т, К получится слово «МОЛОТОК»?

5. В лифт 9-этажного дома входят четыре человека. Какова вероятность того, что они выйдут: а) на разных этажах; б) на одном этаже?

6. Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются четыре билета в кино, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся: а) четыре юноши; б) три девушки и один юноша?

7. В магазине имеются 30 телевизоров, причем 20 из них импортных. Найти вероятность того, что среди 5 проданных в течение дня телевизоров окажется более 3 импортных телевизоров, предполагая, что вероятности покупки телевизоров разных марок одинаковы.

8. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в квадрат со стороной 10 см, попадет также в круг, вписанный в этот квадрат.

9. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

10. В партии из 100 деталей отдел технического контроля обнаружил 5 нестандартных деталей. Чему равна относительная частота появления нестандартных деталей?

11. В магазине имеются 10 телевизоров, из которых 2 неисправных. Найти вероятность того, что среди наугад взятых 3 телевизоров будет хотя бы один неисправный.

12. Брошено две игральные кости. Найти вероятность того, что выпала хотя бы одна шестерка.

13. В коробке 12 карандашей, 5 из них простые, остальные цветные. Из коробки дважды берут по одному карандашу, не возвращая их обратно. Найти вероятность того, что во второй раз из коробки достали цветной карандаш, если первый раз был извлечен а) простой; б) цветной карандаш.

14. Вероятность того, что студент сдаст экзамен по экономической теории, равна 0,8; по математике – 0,7; по духовной культуре – 0,9. Найти вероятности того, что студентом будут сданы: а) только экзамен по математике; б) только один экзамен; в) по крайней мере два экзамена; г) хотя бы один экзамен.

15. Из полной колоды карт (52 листа) одновременно вынимают четыре карты. Найти вероятность того, что среди этих четырех карт будет хотя бы одна бубновая или одна червовая карта.

16. Найти вероятность поражения цели при залповой стрельбе тремя орудиями, если вероятности поражения цели орудиями равны 0,9, 0,8 и 0,7.

17. Вероятность обслуживания клиента одним операционистом в банке равна 0,6. Какое минимальное число операционистов должно работать в банке, чтобы вероятность обслуживания клиента была не менее 0,95?

18. На автозавод поступают двигатели от трех моторных заводов. От первого завода поступило 10 двигателей, от второго – 6 и от третьего – 4 двигателя. Вероятности безотказной работы этих двигателей в течение гарантийного срока составляет 90%, 80% и 70% соответственно. Найти вероятность того, что а) установленный на машине двигатель будет работать без дефектов в течение гарантийного срока; б) проработавший без дефекта двигатель изготовлен на втором заводе; на третьем заводе?

19. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,8, вторым – 0,6. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что цель поражена первым стрелком; вторым стрелком.

20. Студент знает ответы на 15 экзаменационных билетов из 20. В каком случае он имеет большую вероятность сдать экзамен: если он идет сдавать первым или вторым?

Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & при \quad x\le -\frac{\pi}{2} \\ c(\sin(x)+1) & при \quad -\frac{\pi}{2}<x\le \frac{\pi}{2} \\ 1 & при \quad x>\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Требуется: а) найти плотность вероятности, коэффициент c и построить графики соответствующих функций; б) найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X; в) определить вероятность того, что случайная величина попадет в промежуток $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$.

21. Задана непрерывная случайная величина X своей плотностью распределения $\varphi(x)$:

$$\varphi(x)=\begin{cases} A\cdot\cos(2x) & при \quad -\frac{\pi}{4}\le x\le \frac{\pi}{4} \\ 0 & при \quad |x|>\frac{\pi}{4} \end{cases}.$$

Требуется: а) определить коэффициент A и построить график плотности распределения; б) найти функцию распределения и построить ее график; в) определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины X; г) определить вероятность того, что случайная величина X попадет в интервал $\left(\frac{\pi}{6};2\right)$.

22. Магазин производит продажу мужских костюмов. По данным статистики, распределение по размерам является нормальным с математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением, соответственно равными 50 и 2, найти: а) выражение плотности вероятности и функции распределения для размеров костюмов; б) доли костюмов 48 – 50 размеров, которые нужно предусмотреть в общем объеме реализации; в) сформулировать правило «трех сигм» для данной случайной величины.

23. Поезд состоит из 100 вагонов. Масса каждого вагона – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожидание 65 т. и средним квадратичным отклонением 0,9 т. Локомотив может везти состав массой не более 6530 т., в противном случае необходимо прицеплять второй локомотив. Найти вероятность того, что второй локомотив не потребуется.

24. Пусть игральная кость подбрасывается 15 раз. Найти наивероятнейшее число появлений шестерки и вероятность этого числа.

25. Сколько раз необходимо подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число появлений шестерки равнялось 10.

26. В среднем 5% лотерейных билетов является выигрышными. Какова вероятность, что среди купленных 10 билетов окажутся выигрышными а) от двух до четырех; б) не меньше двух; в) наиболее вероятное число выигрышных билетов?

27. В порту каждые сутки с вероятностью 20% может появиться одно большегрузное судно. Вероятность появления более одного судна в течение суток пренебрежительно мала. Какова вероятность того, что за сентябрь месяц порт посетят не более четырех судов?

28. На факультете вуза обучается 1825 студентов. Какова вероятность, что первое сентября является днем рождения одновременно трех студентов этого

факультета?

29. Кандидата в думу города N поддерживают 80% населения. В каких пределах с вероятностью 95% находится число проголосовавших «за» на выборах кандидата, если число избирателей равно 1 500000?

30. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. Найти: а) с вероятностью 0,9545 границы (симметричные относительно вероятности), в которых заключена доля стандартных среди проверенных 900 деталей; б) вероятность того, что доля нестандартных деталей среди них заключена в пределах от 0,08 до 0,11?

31. Вероятность того, что дилер, торгующий ценными бумагами, продаст их, равна 0,7. Сколько должно быть ценных бумаг, чтобы можно было утверждать с вероятностью 0,996, что доля проданных среди них отклонится от 0,7 не более, чем на 0,04 по абсолютной величине?

32. З акон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины задан таблицей:

Y / *X*	0	1	2
1	0,12	0,15	0,10
2	0,08	0,10	0,12
3	0,05	0,10	0,18

Найти: законы распределения вероятностей компонент *X* и *Y*; математические ожидания *M(X)*, *M(Y)*; дисперсии *D(X)*, *D(Y)* и средние квадратические отклонения $\sigma(X)$, $\sigma(Y)$ компонент.

33. Найти условный закон распределения и условное математическое ожидание составляющей *Y* при $X= x_1=1$ для дискретной двумерной случайной величины, заданной таблицей:

Y	X			
	$x_1=1$	$x_2=3$	$x_3=4$	$x_4=8$
$y_1=3$	0,15	0,06	0,25	0,04
$y_2=6$	0,30	0,10	0,03	0,07

34. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины задан таблицей:

Y / *X*	0	1	2
1	0,12	0,15	0,10
2	0,08	0,10	0,12
3	0,05	0,10	0,18

Найти: ковариацию; коэффициент корреляции; прямую среднеквадратической регрессии *Y* на *X*.

35. Среднее квадратическое отклонение каждой из 2500 независимых случайных величин не превосходит 3. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий не превосходит 0,3.

36. Сколько надо провести измерений данной величины, чтобы с вероятностью не менее 0,95 гарантировать отклонение средней арифметической этих измерений от истинного значения величины не более, чем на 1 (по абсолютной величине), если среднее квадратическое отклонение каждого из измерений не превосходит 5.

37. Суточная потребность электроэнергии в населенном пункте является случайной величиной, математическое ожидание которой равно 3000 кВт/час, а дисперсия составляет 2500. Оценить вероятность того, что в ближайшие сутки расход электроэнергии в этом населенном пункте будет от 2500 до 3500 кВт/час.

38. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что разница между числом успехов в этих испытаниях и средним числом успехов не превысит 20.

39. В продукции цеха детали отличного качества составляют 50%. Детали укладываются в коробки по 200 шт. в каждой. Какова вероятность того, что число деталей отличного качества в коробке отличаться от 100 не более, чем на 5?

40. Имеется выборка значений случайной величины X: 2, 6, 12, 6, 6, 2, 6, 12, 12, 6, 6, 6, 12, 12, 6, 12, 2, 6, 12, 6 (n=20). Найти: 1) распределение относительных частот; 2) эмпирическую функцию распределения и построить ее график; 3) построить полигон относительных частот.

В результате 10 независимых измерений некоторой случайной величины X, выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные, приведенные в таблице.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
1,9	1,8	2,0	2,1	1,7	2,3	2,0	2,1	1,8	1,9

Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение X при помощи доверительного интервала, покрывающего истинное значение величины X с доверительной вероятностью 0,95.

41. Отдел технического контроля проверил n = 500 партий однотипных изделий и установил, что число X нестандартных деталей в одной партии имеет эмпирическое распределение, приведенное в таблице.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	50	45	35	14	4	2

x– число нестандартных изделий в одной партии, n – количество партий, содержащих x нестандартных изделий.

Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X (число нестандартных изделий в одной партии) распределена по закону Пуассона.

Оценочные средства

ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.

Тестовые задания

1. Выберите упорядоченную последовательности векторов трёхмерного евклидова пространства по возрастанию их длин (выбрать несколько правильных ответов):

а) $\vec{a}$ *= (-1, 1, 2)*

б) $\vec{c}$ *= (-2, 0,* $\sqrt{5}$*)*

в) $\vec{d}$ *= (0, -4,* $\sqrt{3}$*)*

д) $\vec{b}$ *= (*$\sqrt{3}$*, -2, 1)*

a) а, д, в, б

b) а, в, д, б

c) а, в

d) а, б

2. Эстетическая роль математики состоит, в основном, в том, что она изучает (выбрать несколько правильных ответов):

а) орфографию и пунктуацию в предложениях

б) форму и пропорции в системе (системах)

в) симметрию и гармонию в системе (системах)

3. Найдите все правильно вычисленные определители (выбрать несколько правильных ответов):

а) $\left|\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=1\right|$ **б)** $\left|\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=0\right|$ **в)** $\left|\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}=0\right|$ **г)** $\left|\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}=1\right|$ **д)** $\left|\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}=1\right|$

4. Продолжите фразу: «Множество – это **…»**

а) совокупность каких-либо объектов

б) совокупность элементов, которые можно пронумеровать

в) совокупность строк и столбцов

г) совокупность чисел

5. Решая систему 4-х линейных уравнений с 4-мя неизвестными методом Гаусса получили матрицу $\left(\begin{array}{cccc|c}1 & 5 & 9 & 1 & 3\\ 0 & 8 & 32 & 5 & 6\\ 0 & 0 & 7 & 8 & 3\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11\end{array}\right)$ **значит, данная система:**

а) имеет единственное решение

б) имеет бесконечное множество решений

в) не имеет решений

г) имеет два ненулевых решения

6. Вычислить действительные корни многочлена $f(x) = (x+2)(x^2+4)(x^2-3)$

а) -2; $\pm\sqrt{3}$; $\pm$2i

б) -2; $\pm\sqrt{3}$

с) $\pm$2; 3

д) -2; -3

7. Укажите способы задания функции: (выбрать несколько правильных ответов):

а) математический
б) геометрический
с) операторный
д) аналитический
е) графический
ф) табличный

8. Укажите правильно сформулированные основные теоремы о пределах (выбрать несколько правильных ответов):

а) предел суммы двух функций равен сумме их пределов
б) предел произведения двух функций равен произведению их пределов
в) предел произведения двух функций равен пределу произведения их производных
г) предел дроби равен пределу производной числителя, деленному на предел производной знаменателя, если предел производной знаменателя не равен нулю

9. Определитель - это

а) Матрица
б) Число
в) Множество
г) Последовательность

10. Что означает запись размер матрицы (2x4)? (выбрать несколько правильных ответов)

а) матрица является нулевой
б) матрица квадратная
в) матрица имеет две строки
г) матрица имеет 4 столбца
д) определитель матрицы равен 24

11. Продолжите математическое утверждение. Матрица системы - это…

а) нулевая матица
б) матрица Е
с) матрица, состоящая из коэффициентов свободных членов
д) нет правильного ответа
е) матица, состоящая из коэффициентов левой части

12. Вставить пропущенную часть утверждения: Транспонировать матрицу значит…

обнулить ее элементы;
элемент с номером ij поместить на место ji;
умножить на матрицу Е;
элементы с номером ii положить равными нулю

элементы с номером ij положить равными 1.

13. Если E - единичная матрица того же размера, что и матрицы A, B, C, и матрица C=3A+B–E, тогда верно равенство (выберите все верные равенства)

1) E = 3A + B - C
2) B = C - 3A + E
3) C – E = 3A + B
4) A = C – B + E

14. Определенный интеграл – это…

1) площадь криволинейной трапеции для неположительной функции, ограниченной графиком этой функции, прямыми x = a, x = b и осью абсцисс
2) для неположительной функции площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, прямыми x = a, x = b и осью абсцисс, взятая со знаком минус
3) предел интегральной суммы при стремлении наибольшей из длин отрезков к нулю
4) для положительной функции площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, прямыми x = a, x = b и осью абсцисс

15. Отношение «быть меньше» на множестве действительных чисел является…

рефрексивным
антисимметричным
симметричным
транзитивным

16. Функция F(x) называется первообразной функцией для функции f(x) на промежутке X, если …

в каждой x этого промежутка F'(x) = f(x)
хотя бы в одной точке x этого промежутка F'(x) = f(x)
если в каждой точке x этого промежутка f'(x) = F(x)

17. Установление соответствия между линейными комбинациями векторов $\vec{a}$ =(1; 3; -1) и $\vec{b}$=(-2; 0; -3) и их координатами

1. $2\vec{a}$ - $\vec{b}$ — а) (0; 6; -5)
2. $2\vec{a}$ +$\vec{b}$ — б) (4; 6; 1)
3. $\vec{a}$ - $2\vec{b}$ — в) (0; 6; -7)

г) (5; 3:5)
д) (-3; -3;-7)

18. Неопределенный интеграл от функции - это совокупность всех_____ функции

производных
дифференциалов
первообразных

19. Выберите правильный ответ. Производная функции $(x+2)e^x$ равна

1) e^x

2) $-(x+1)e^x$

3) $(x+3)e^x$

4) $(2x+x^2+e)e^{x-1}$

20. Метод Крамера основан на использовании …

определителей в решении систем линейных уравнений

матриц в решении систем линейных уравнений

обратной матриц в решении систем линейных уравнений

приведении основной матрицы к треугольному виду

21. Вставить пропущенное слово: Если определитель системы отличен от нуля, то система линейных уравнений имеет _____, причём неизвестное равно отношению определителей.

единственное решение

множество решений

нулевое решение

22. Выберите вариант, в котором содержатся только правильные произведения элементов, получающееся при вычислении определителя третьего порядка $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$

bfg, cdh, ake, afh, bdk, cge

bdg, cfh, ake, afh, bdk, cge

bfg, cdh, ake, afh, bgk, cde

bfg, cdh, afe, akh, bdk, cge

23. Система векторов в евклидовом пространстве называется ортонормированной, если все её векторы …

попарно ортогональны

попарно ортогональны и имеют длины, равные единице

линейно независимы

имеют длины, равные единице

24. Вставить пропущенное выражение: Для нахождения собственного числа линейного оператора $\varphi(\vec{x})$, которому соответствует квадратная матрица A, необходимо решить уравнение…

$|A - \lambda E| = 0$

$|\lambda E - A| = -1$

$|A - \lambda E| = 1$

$|A + \lambda E| = 0$

25. Минор M32 элемента a32 заданной квадратной матрицы A образован из элементов, оставшихся после вычёркивания (выбрать

несколько правильных ответов):

1) 3-й строки
2) 2-го столбца
3) 3-го столбца
4) 2-й строки

26. Установление соответствия между типом системы m линейных уравнений с n переменными и количеством её решений:

1. несовместная система	а) единственное решение
2. совместная определённая система	б) два решения
3. совместная неопределённая система	в) нет решений
	г) бесконечное множество решений
	д) n решений

27. Задана линейная комбинация: $0 = k_1\vec{a_1} + k_2\vec{a_2} + k_3\vec{a_3}$, где $k_1 = k_2 = 4$, $k_3 = 0$. Векторы $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}$ …

линейно независимы
образуют базис пространства V_3
линейно зависимы
образуют базис пространства V_4

28. Дана система линейно независимых векторов $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}, \vec{a_4}, \vec{a_5}$ векторного пространства V_n. Размерность пространства n равна …

29. Пусть задана квадратная матрица A размерности n x n. Произведение $(-1)^{4+1}M_{41}$ называется

алгебраическим дополнением элемента a_{41}
алгебраическим дополнением данной матрицы
минором данной матрицы

30. Если существует матрица $A^T + 3A$, то матрица A может быть …

1) произвольной
2) матрицей-строкой
3) квадратной
4) нулевой матрицей размерности *mxn*, где $m \neq n$

31. Найдите решение дифференциального уравнения $(x^2 + x)y' = (2x + 1)y$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 2$ и выберите его значение при x=1.

а) 3
б) $y(x) = x(x+1)$
в) 2
г) $y(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x)}$

32. Найдите решение дифференциального уравнения $\left(x^2+x\right)y'=\left(2x+1\right)y$ **, удовлетворяющее начальному условию** $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ **и его значение при** $x=\frac{3\pi}{4}$**.**

а) -1

б) $y(x)=\mathrm{tg}(x)-\frac{1}{sin(x)}$

в) 0

г) $y(x)=\mathrm{tg}(x)-\frac{1}{cos^2(x)}$

33. Какие из уравнений кривых 2 порядка, определяют эллипс (выбрать несколько правильных ответов):

1) $8x^2+10y^2-24x+y=7$

2) $4x^2-11y^2-23x+y=20$

3) $-8x^2+10y^2-24x+y=7$

4) $-4x^2-11y^2-23x+y=20$

34. Какие из уравнений кривых 2 порядка, определяют эллипс (выбрать несколько правильных ответов):

1) $7x^2+4y^2+8y=24$

2) $9x^2+4y^2+8y=36$

3) $-9x^2+4y^2-8y=36$

4) $7x^2-4y^2+8y=24$

35. Укажите все уравнения плоскостей не являющимися перпендикулярными к плоскости, определяемой уравнением $2x-4y+4z+12=0$ **(выбрать несколько правильных ответов):**

а) $2x-4y+4z+1=0$

б) $-4x+3y-1=0$

c) $-4x+4y-1=0$

d) $-4y-4z+14=0$

36. Прямая, проходящая через точки A (3, 4, 3) и B(5, 3, 3) не является перпендикулярной к плоскостям (выбрать несколько правильных ответов):

a) $x-y+3z+1=0$

b) $2x+y=0$

c) $-x+2y+3=0$

d) $2x-y+5=0$

37. Даны три прямых на плоскости: $\mathrm{L1}:\ 1-4y-õ=0$, $\mathrm{L2}:\ 6-y-4õ=0$ **и** $\mathrm{L3}:\ 4y-õ-4=0$**. Укажите все ложные утверждения (выбрать несколько правильных ответов):**

а) L1 и L2 перпендикулярны
б) L1 и L3 перпендикулярны
с) L2 и L3 перпендикулярны

38. Выберите все выражения, которые не являются результатом вычисления определенного интеграла $\int_{-4}^{4}\left(6x+e^{x}\right)dx$ **(выбрать несколько правильных ответов):**

а) $e^{4}-e^{-4}$
б) 0
с) $6+e^{4}$
д) $2e^{4}$

39. Выберите все выражения, которые не являются результатом вычисления несобственного интеграла $\int_{0}^{1}\left(\frac{5}{\mathrm{x}}\right)dx$ **(выбрать несколько правильных ответов):**

а) ∞
б) 0
с) 1
д) 5

40. Укажите все фигуры, которые могут быть в основании пирамиды?

а) Трапеция
б) Треугольник
в) Квадрат
г) Круг

41. Ортогональность – это…

а) Обобщение понятия перпендикулярности
б) Прямая, пересекающая данную прямую (плоскость) под прямым углом
в) Пересечение фигуры по горизонтали
г) Пересечение фигуры по диагонали

42. Вычислите количество способов, которыми можно выбрать 4 экзаменационных билета из 9

а) 126
b) 122
c) 135
d) 147

43. Выберите все значения исключающие значение, соответствующее условию задачи: Урна содержит 7 белых и 12 черных шаров. Вероятность наудачу достать первым белый шар, а вторым черный.

a) 14/57
b) 12/19
c) 7/19
d) 84/361

44. Выберите все формы записи одного и того же уравнения кривой второго порядка

а) $\frac{x^2}{4}-\frac{(y-1)^2}{9}=1$

б) $9x^2-4y^2-8y=32$

c) $9x^2+4y^2-8y=32$

д) $9x^2-4y^2-8y=30$

45. Вставить пропущенное слово: Точка M(1,1) для функции $y=2x-x^2$ является точкой _____

максимума
минимума
пересечения с осью Ox
перегиба

46. Статистические данные изображают с помощью (выбрать несколько правильных ответов):

а) диаграмм
б) таблиц
c) файлов

47. Модель может быть построена…

только для объекта или процесса
только для объекта
только для объекта или явления
для любого объекта, явления или процесса

48. Укажите какие из уравнений являются уравнениями с разделяющимися переменными:

а) $y'+xy=y^2$
б) $y^2y'=1-2x$
c) $y'=xy$
d) $y'-y=x^2$

49. Ряды распределения делят на

a) вариационные
b) атрибутивные
c) динамические

50. С помощью каких статистических характеристик определяют вариацию рядов динамики около средней…

a) размах вариации
b) дисперсия и коэффициент вариации
c) среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации
d) среднее линейное отклонение

51. Вычислить. По выборке объема $n=10$ получена выборочная дисперсия $D_* = 90$. Тогда уточненная выборочная дисперсия S= **…**

52. Вставить пропущенное слово. При увеличении объема выборки n и одном и том же уровне значимости a, ширина доверительного интервала_____

уменьшается
может как уменьшиться, так и увеличиться
не изменяется
увеличивается

53. Вычислить. Случайная величина X принимает 3 значения: –1, 0, 1. Известно, что $m_x = 0$, $D_x = 0{,}5$. Тогда $P(X = 1)$ равна **…**

a) 0,25
b) 0,3
c) 0,2
d) 0,1

54. Вставьте пропущенное понятие. Ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами $(x_i\ m_i)$, где x_i - значение вариационного ряда, n_i – частота, – это _____**.**

полигон
кумулята
эмпирическая функция распределения
гистограмма

55. Вставить пропущенное слово: Сумма частот признака равна _____

объему выборки n
среднему арифметическому значений признака
нулю
единице

56. Какой метод используют для обработки и интерпретации экспериментальных данных?

a) вероятностно-статистический
b) аналитический
c) графический
d) экспериментальный

57. Назовите дисциплины, которые являются теоретической базой вероятностно-статистического метода

a) теория вероятностей

b) математическая статистика

c) теория групп

d) математический анализ

58. Какие события могут быть признаны случайными? (выбрать несколько правильных ответов):

а) количество людей на автобусной остановке

б) число машин на автостоянке

в) количество образцов с положительной реакцией в общем объеме образцов

г) количество мест для пассажиров в поезде

59. Вставить пропущенное слово: «…при одном и том же комплексе условий обязательно произойдет».

a) Достоверное

b) Случайное

c) Невозможное

60. Укажите совместные события

a) получить за один экзамен удовлетворительно и хорошо

b) повышение температуры днем и появление ветра

c) встреча знакомого во время прогулки и начало дождя

d) возникновение лесного пожара и сильный ветер

Вопросы для подготовки к тестовым заданиям

1. Определители второго и третьего порядков, их свойства и вычисление.
2. Векторы. Линейные операции над векторами.
3. Линейно независимые системы векторов. Базис.
4. Система координат и переход в новую систему координат.
5. Линейные операции над векторами в координатах.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Векторное произведение векторов.
8. Смешанное произведение векторов.
9. Определители n – го порядка и вычисление.
10. Определители и их свойства.
11. Алгебраические дополнения и миноры.
12. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
13. Теорема о базисном миноре. Понятие о решении произвольных систем линейных уравнений.
14. Теорема Кронекера-Капелли.
15. Предел функции в точке, односторонние пределы.
16. Предел функции на бесконечности.
17. Бесконечно малые функции и их свойства.

18. Основные теоремы о пределах.
19. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность.
20. Точки разрыва функции и их классификация.
21. Дифференциал функции.
22. Правило Лопиталя.
23. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума.
24. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
25. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
26. Асимптоты кривых: вертикальные и наклонные.
27. Первообразная функция. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Непосредственное интегрирование. Интегрирование подстановкой (замена переменной) и по частям.
28. Интегрирование рациональных функций путем разложения на простейшие дроби.
29. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций.
30. Интегрирование некоторых классов иррациональных функций.
31. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница.
32. Функции нескольких переменных; область определения, способы задания.
33. Предел функции в точке. Непрерывность.
34. Частные приращения и частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Частные производные высших порядков.
35. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Формулировка достаточных условий. Градиент.
36. Осуществить преобразование матрицы на основе использования ее свойств.
37. Осуществить действия над заданными матрицами: умножение матриц на число, сложение и умножение матриц.
38. Решить произвольную систему линейных уравнений методом Гаусса.
39. осуществить нахождения обратной матрицы методом Гаусса.
40. Решить заданную систему линейных уравнений матричным способом.
41. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
42. Для заданной функции построить ее график дать ее основные характеристики.
43. Первый замечательный предел и следствия из него при вычислении пределов.
44. Второй замечательный предел и следствия из него при вычислении пределов.
45. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
46. Определение производной и ее использование для нахождения таблица производных.
47. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

48. Производная неявно заданной функции и правило логарифмического дифференцирования.

49. Основные теоремы о дифференциалах. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

50. Полное исследование заданной функций одной переменной. Свойства функций непрерывных на отрезке.

51. Экстремумы функции двух переменных, необходимое и достаточное условие. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

52. Вычисление смешанного произведения и применение для решения прикладных задач.

53. Вычисление векторного произведения и применение для решения прикладных задач.

54. Уравнение прямой на плоскости, частные случае уравнения прямой. Нахождение расстояния от прямой до точки на плоскости.

55. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Точка пересечения двух прямых.

56. Прямая в пространстве (векторная, параметрическая и каноническая формы). Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

57. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. Вершины, фокусы, эксцентриситет эллипса. Директрисы эллипса, их свойства.

58. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Вершины, фокусы, эксцентриситет, директрисы гиперболы. Асимптоты гиперболы, построение гиперболы по характеристическому прямоугольнику.

59. Парабола. Каноническое уравнение параболы. Вершина, фокус и директриса параболы.

60. Подмножества данного множества. Число подмножеств данного множества (сочетания).

61. Производная по направлению и градиент; их связь. Геометрический и физический смысл градиента.

62. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

63. Полное приращение и полный дифференциал.

64. Методы вычисления неопределенного интеграла.

65. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла.

66. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

67. Обыкновенные дифференциальные уравнения (основные понятия и определения). Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.

68. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные. Геометрическая интерпретация решений дифференциальных уравнений первого порядка.

69. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

70. Линейные дифференциальные уравнения. Понятие однородного и неоднородного уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения.

Система фундаментальных решений. Общее решение. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

71. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, векторная форма их записи. Задача Коши. Метод исключения.

72. Нормальные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Решение в случае действительных различных корней характеристического уравнения.

73. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия со сходящимися рядами.

74. Числовые ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости: сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.

75. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

76. Функциональные ряды. Область сходимости. Понятие равномерной сходимости. Теорема Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.

77. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Основные свойства степенных рядов.

78. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора для функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $\operatorname{arctg} x$, $(1+x)^n$.

79. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям: вычисление значений функций, вычисление пределов, вычисление определенных интегралов.

80. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система ортогональных функций.

81. Предмет теории вероятностей. Случайные события, операции над событиями и отношения между ними. Пространство элементарных событий.

82. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Частота наступления события. Условная вероятность.

83. Независимость событий. Вероятность произведения событий. Теорема о полной вероятности. Формулы Байеса.

84. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.

85. Функция распределения и ее свойства, плотность вероятностей непрерывной случайной величины.

86. Понятие математического ожидания непрерывной и дискретной случайной величины и его свойства.

87. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение, основные свойства и вычисление.

88. Равномерное, показательное и нормальное распределения. Их числовые характеристики.

89. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.

90. Система двух случайных величин. Условные законы распределения. Условные математические ожидания.

91. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.

92. Линейная корреляция, линейная регрессия.

93. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент. Ковариация и корреляция. Линейная регрессия.

94. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.

95. Теорема Бернулли. Предельные теоремы.

96. Характеристические функции и их свойства.

97. Центральная предельная теорема Ляпунова.

98. Понятие о случайном процессе. Классификация случайных процессов и примеры.

99. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.

100. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия со сходящимися рядами.

101. Система двух случайных величин. Условные законы распределения. Условные математические ожидания.

102. Функция Лапласа. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вероятность отклонения от математического ожидания. Правило «трех сигм».

103. Закон распределения вероятностей (плотность вероятностей) непрерывных случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение непрерывной случайной величины, их вычисление и свойства.

104. Вычисление предельных вероятностей. Стационарное распределение. Процесс гибели и размножения.

105. Последовательность независимых испытаний (схема Бернулли). Предельные теоремы Муавра–Лапласа и Пуассона.

106. Генеральная и выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.

107. Уравнение линейной регрессии. Нахождение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.

108. Элементы корреляционного анализа. Выборочный коэффициент корреляции; его интервальные оценки. Основные свойства регрессии.

109. Доверительный интервал для оценки среднеквадратического отклонения нормального распределения.

110. Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности данных. Репрезентативность выборки. Статистическое распределение выборки. Варианты. Частоты.

111. 13. Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.

112. Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки: несмещенные, эффективные и состоятельные.

113. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Надежность.

114. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднеквадратических отклонениях.

115. Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности данных.

116. Репрезентативность выборки. Статистическое распределение выборки. Варианты. Частоты.

117. Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.

118. Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки: несмещенные, эффективные и состоятельные.

119. Генеральная и выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней.

120. 22. Генеральная и выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.

121. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Надежность.

122. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднеквадратических отклонениях.

123. Доверительный интервал для оценки среднеквадратического отклонения нормального распределения.

124. Метод наибольшего правдоподобия. Функция правдоподобия.

125. Оценка наибольшего правдоподобия. Уравнение правдоподобия.

126. Элементы корреляционного анализа. Выборочный коэффициент корреляции; его интервальные оценки. Основные свойства регрессии.

127. Уравнение линейной регрессии. Нахождение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.

128. Оценка тесноты связи с помощью коэффициента корреляции и корреляционного отношения.

129. Статистическая проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы критическая область.

130. Проверка гипотезы о законе распределения. Распределения Стьюдента и Фишера. Критерий согласия Пирсона (хи – квадрат).