

Приложение
к рабочей программе дисциплины

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Математика

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки / специальность

38.05.01 Экономическая безопасность

(код и наименование)

Направленность (профиль)/специализация

Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

(наименование)

Содержание

1. Пояснительная записка.
2. Типовые контрольные задания или иные материалы для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих уровень сформированности компетенций.
3. Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации.

1. Пояснительная записка

Цель промежуточной аттестации – оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков в результате обучения по дисциплине, степень освоенности компетенций.

Формы промежуточной аттестации: экзамен 1 семестр; зачет 2 семестр.

Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код и наименование компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ОПК-1.1 Применяет методы высшей математики для решения задач профессиональной деятельности

Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные материалы (семестр 1)
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности ОПК-1.1 Применяет методы высшей математики для решения задач профессиональной деятельности	Обучающийся знает: - основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; теории дифференциальных уравнений; теории вероятностей;	Тестовые задания 1-54
	Обучающийся умеет: - решать задачи профессиональной направленности; - применять математические методы для решения практических задач;	Задача № 58-73
	Обучающийся владеет: - методами линейной алгебры, математического анализа, решения обыкновенных дифференциальных уравнений, исследования рядов, теории вероятностей.	Задача № 1-57

Промежуточная аттестация (зачет) проводится в одной из следующих форм:

- 1) Собеседование
- 2) Выполнение заданий электронного курса в ЭИОС СамГУПС.

Промежуточная аттестация (экзамен) проводится в одной из следующих форм:

- 1) Ответ на билет, состоящий из теоретических вопросов и практических заданий;
- 2) Выполнение заданий электронного курса в ЭИОС СамГУПС.

2. Типовые контрольные задания или иные материалы для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих уровень сформированности компетенций

2.1 Типовые вопросы (тестовые задания) для оценки знаниевого образовательного результата

Проверяемый образовательный результат:

Код и наименование компетенции	Образовательный результат
ОПК-1.1 Применяет методы высшей	Обучающийся знает: - основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры,

1. Выберите упорядоченную последовательности векторов трёхмерного евклидова пространства по возрастанию их длин (выбрать несколько правильных ответов):

а) $\vec{a} = (-1, 1, 2)$

б) $\vec{c} = (-2, 0, \sqrt{5})$

в) $\vec{d} = (0, -4, \sqrt{3})$

д) $\vec{b} = (\sqrt{3}, -2, 1)$

а) а, д, в, б

б) а, в, д, б

с) а, в

д) а, б

2. Эстетическая роль математики состоит, в основном, в том, что она изучает (выбрать несколько правильных ответов):

а) орфографию и пунктуацию в предложениях

б) форму и пропорции в системе (системах)

в) симметрию и гармонию в системе (системах)

3. Найдите все правильно вычисленные определители (выбрать несколько правильных ответов):

а) $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$ б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$ г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 1$ д) $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1$

4. Продолжите фразу: «Множество – это ...»

а) совокупность каких-либо объектов

б) совокупность элементов, которые можно пронумеровать

в) совокупность строк и столбцов

г) совокупность чисел

5. Решая систему 4-х линейных уравнений с 4-мя неизвестными методом Гаусса получили матрицу

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & 9 & 1 & 3 \\ 0 & 8 & 32 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{array} \right) \text{ значит, данная система:}$$

а) имеет единственное решение

б) имеет бесконечное множество решений

в) не имеет решений

г) имеет два ненулевых решения

6. Вычислить действительные корни многочлена $f(x) = (x+2)(x^2+4)(x^2-3)$

а) -2; $\pm\sqrt{3}$; $\pm 2i$

б) -2; $\pm\sqrt{3}$

с) ± 2 ; 3

д) -2; -3

7. Укажите способы задания функции: (выбрать несколько правильных ответов):

а) математический

б) геометрический

с) операторный

д) аналитический

е) графический

ф) табличный

- 8. Укажите правильно сформулированные основные теоремы о пределах (выбрать несколько правильных ответов):**
- а) предел суммы двух функций равен сумме их пределов
 - б) предел произведения двух функций равен произведению их пределов
 - в) предел произведения двух функций равен пределу произведения их производных
 - г) предел дроби равен пределу производной числителя, деленному на предел производной знаменателя, если предел производной знаменателя не равен нулю
- 9. Определитель - это**
- а) Матрица
 - б) Число
 - в) Множество
 - г) Последовательность
- 10. Что означает запись размер матрицы (2x4)? (выбрать несколько правильных ответов)**
- а) матрица является нулевой;
 - б) матрица квадратная;
 - в) матрица имеет две строки;
 - г) матрица имеет 4 столбца;
 - д) определитель матрицы равен 24.
- 11. Продолжите математическое утверждение. Матрица системы это...**
- а) нулевая матрица;
 - б) матрица E;
 - в) матрица, состоящая из коэффициентов свободных членов;
 - г) нет правильного ответа;
 - д) матрица, состоящая из коэффициентов левой части
- 12. Вставить пропущенную часть утверждения: Транспонировать матрицу значит...**
- обнулить ее элементы;
 - элемент с номером ij поместить на место ji ;
 - умножить на матрицу E;
 - элементы с номером ii положить равными нулю;
 - элементы с номером ij положить равными 1
- 13. Если E – единичная матрица того же размера, что и матрицы A, B, C и матрица $C = 3A + B - E$, тогда верно равенство (выберите все верные равенства)**
- 1) $E = 3A + B - C$
 - 2) $B = C - 3A + E$
 - 3) $C - E = 3A + B$
 - 4) $A = C - B + E$
- 14. Определенный интеграл – это...**
- 1) площадь криволинейной трапеции для неположительной функции, ограниченной графиком этой функции, прямыми $x = a$, $x = b$ и осью абсцисс
 - 2) для неположительной функции площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, прямыми $x = a$, $x = b$ и осью абсцисс, взятая со знаком минус
 - 3) предел интегральной суммы при стремлении наибольшей из длин отрезков к нулю
 - 4) для положительной функции площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, прямыми $x = a$, $x = b$ и осью абсцисс
- 15. Отношение «быть меньше» на множестве действительных чисел является...**
- ...рефлексивным
 - ...антисимметричным
 - ...симметричным
 - ...транзитивным

16. Функция $F(x)$ называется первообразной функцией для функции $f(x)$ на промежутке X , если ...

в каждой x этого промежутка $F'(x) = f(x)$

хотя бы в одной точке x этого промежутка $F'(x) = f(x)$

если в каждой точке x этого промежутка $f'(x) = F(x)$

17. Установление соответствия между линейными комбинациями векторов

$\vec{a}=(1; 3; -1)$ и $\vec{b}=(-2; 0; -3)$ и их координатами

1. $2\vec{a} - \vec{b}$ а) (0; 6; -5)

2. $2\vec{a} + \vec{b}$ б) (4; 6; 1)

3. $\vec{a} - 2\vec{b}$ в) (0; 6; -7)

г) (5; 3; 5)

д) (-3; -3; -7)

18. Неопределенный интеграл от функции - это совокупность всех _____ функции

... производных

... дифференциалов

... первообразных

19. Выберите правильный ответ. Производная функции $(x + 2)e^x$ равна

1) e^x

2) $-(x + 1)e^x$

3) $(x + 3)e^x$

4) $(2x + x^2 + e)e^{x-1}$

20. Метод Крамера основан на использовании ...

определителей в решении систем линейных уравнений

матриц в решении систем линейных уравнений

обратной матриц в решении систем линейных уравнений

приведении основной матрицы к треугольному виду

21. Вставить пропущенное слово: Если определитель системы отличен от нуля, то система линейных уравнений имеет _____, причём неизвестное равно отношению определителей.

единственное решение

множество решений

нулевое решение

22. Выберите вариант, в котором содержатся только правильные произведения элементов, получающиеся при

вычислении определителя третьего порядка $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$

bfg, cdh, ake, afh, bdk, cge

bdg, cfh, ake, afh, bdk, cge

bfg, cdh, ake, afh, bgk, cde

bfg, cdh, afe, akh, bdk, cge

23. Система векторов в евклидовом пространстве называется ортонормированной, если все её векторы ...

попарно ортогональны;

попарно ортогональны и имеют длины, равные единице;

линейно независимы;

имеют длины, равные единице.

24. Вставить пропущенное выражение: Для нахождения собственного числа линейного оператора $\varphi(\vec{x})$, которому соответствует квадратная матрица A , необходимо решить уравнение...

$$\begin{aligned} |A - \lambda E| &= 0; \\ |\lambda E - A| &= -I; \\ |A - \lambda E| &= I; \\ |A + \lambda E| &= 0. \end{aligned}$$

25. Минор M_{32} элемента a_{32} заданной квадратной матрицы A образован из элементов, оставшихся после вычёркивания (выбрать несколько правильных ответов):

- (1) 3-й строки
- (2) 2-го столбца
- (3) 3-го столбца
- (4) 2-й строки

26. Установление соответствия между типом системы m линейных уравнений с n переменными и количеством её решений:

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 1. несовместная система | а) единственное решение |
| 2. совместная определённая система | б) два решения |
| 3. совместная неопределённая система | в) нет решений |
| | г) бесконечное множество решений |
| | д) n решений |

27. Задана линейная комбинация: $\vec{0} = k_1 \vec{a}_1 + k_2 \vec{a}_2 + k_3 \vec{a}_3$, где $k_1 = k_2 = 4, k_3 = 0$. Векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \dots$

- линейно независимы
- образуют базис пространства V_3
- линейно зависимы
- образуют базис пространства V_4

28. Дана система линейно независимых векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4, \vec{a}_5$ векторного пространства V_n . Размерность пространства n равна ...

29. Пусть задана квадратная матрица A размерности $n \times n$. Произведение

- $(-1)^{4+1} M_{41}$ называется
- алгебраическим дополнением элемента a_{41}
 - алгебраическим дополнением данной матрицы
 - минором данной матрицы

30. Если существует матрица $A^T + 3A$, то матрица A может быть ...

- 1) произвольной
- 2) матрицей-строкой
- 3) квадратной
- 4) нулевой матрицей размерности $m \times n$, где $m \neq n$

31. Найдите решение дифференциального уравнения $(x^2 + x)y' = (2x + 1)y$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 2$ и выберите его значение при $x=1$.

- а) 3
- б) $y(x) = x(x + 1)$
- в) 2
- г) $y(x) = \frac{2x + 1}{(x^2 + x)}$

32. Найдите решение дифференциального уравнения $(x^2 + x)y' = (2x + 1)y$, удовлетворяющее начальному

условию $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ и его значение при $x = \frac{3\pi}{4}$.

а) -1

б) $y(x) = \operatorname{tg}(x) - \frac{1}{\sin(x)}$

в) 0

г) $y(x) = \operatorname{tg}(x) - \frac{1}{\cos^2(x)}$

33. Какие из уравнений кривых 2 порядка, определяют эллипс (выбрать несколько правильных ответов):

1) $8x^2 + 10y^2 - 24x + y = 7$;

2) $4x^2 - 11y^2 - 23x + y = 20$

3) $-8x^2 + 10y^2 - 24x + y = 7$;

4) $-4x^2 - 11y^2 - 23x + y = 20$

34. Какие из уравнений кривых 2 порядка, определяют эллипс (выбрать несколько правильных ответов):

1) $7x^2 + 4y^2 + 8y = 24$;

2) $9x^2 + 4y^2 + 8y = 36$

3); $-9x^2 + 4y^2 - 8y = 36$

4) $7x^2 - 4y^2 + 8y = 24$

35. Укажите все уравнения плоскостей не являющимися перпендикулярными к плоскости, определяемой уравнением $2x - 4y + 4z + 12 = 0$ (выбрать несколько правильных ответов):

а) $2x - 4y + 4z + 1 = 0$

б) $-4x + 3y - 1 = 0$

с) $-4x + 4y - 1 = 0$

д) $-4y - 4z + 14 = 0$

36. Прямая, проходящая через точки А(3, 4, 3) и В(5, 3, 3) не является перпендикулярной к плоскостям (выбрать несколько правильных ответов):

а) $x - y + 3z + 1 = 0$

б) $2x + y = 0$

с) $-x + 2y + 3 = 0$

д) $2x - y + 5 = 0$

37. Даны три прямых на плоскости: $L1: 1 - 4y - \delta = 0$, $L2: 6 - y - 4\delta = 0$ и $L3: 4y - \delta - 4 = 0$.

Укажите все ложные утверждения (выбрать несколько правильных ответов):

а) L1 и L2 перпендикулярны

б) L1 и L3 перпендикулярны

с) L2 и L3 перпендикулярны

38. Выберите все выражения, которые не являются результатом вычисления определенного интеграла

$\int_{-4}^4 (6x + e^x) dx$ (выбрать несколько правильных ответов):

- а) $e^4 - e^{-4}$
- б) 0
- в) $6 + e^4$
- г) $2e^4$

39. Выберите все выражения, которые не являются результатом вычисления несобственного интеграла

$\int_0^1 \left(\frac{5}{x}\right) dx$ (выбрать несколько правильных ответов):

- а) ∞
- б) 0
- в) 1
- г) 5

40. Укажите все фигуры, которые могут быть в основании пирамиды?

- а) Трапеция
- б) Треугольник
- в) Квадрат
- г) Круг

41. Ортогональность – это...

- а) Обобщение понятия перпендикулярности.
- б) Прямая, пересекающая данную прямую (плоскость) под прямым углом.
- в) Пересечение фигуры по горизонтали.
- г) Пересечение фигуры по диагонали.

42. Вычислите количество способов, которыми можно выбрать 4 экзаменационных билета из 9

- а) 126
- б) 122
- в) 135
- г) 147

43. Выберите все значения, исключая значение, соответствующее условию задачи: Урна содержит 7 белых и 12 черных шаров. Вероятность наудачу достать первым белый шар, а вторым черный.

- а) $14/57$
- б) $12/19$
- в) $7/19$
- г) $84/361$

44. Выберите все формы записи одного и того же уравнения кривой второго порядка

- а) $\frac{x^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$
- б) $9x^2 - 4y^2 - 8y = 32$
- в) $9x^2 + 4y^2 - 8y = 32$
- г) $9x^2 - 4y^2 - 8y = 30$

45. Вставить пропущенное слово: Точка $M(1,1)$ для функции $y=2x-x^2$ является точкой _____ .

- максимума
- минимума
- пересечения с осью Ox

перегиба

46. Укажите какие из уравнений являются уравнениями с разделяющимися переменными:

a) $y' + xy = y^2$

б) $y^2 y' = 1 - 2x$

с) $y' = xy$

d) $y' - y = x^2$

47. Вычислить. По выборке объема $n=10$ получена выборочная дисперсия $D^* = 90$. Тогда уточненная выборочная дисперсия $S^2 = \dots$

48. Вычислить. Случайная величина X принимает 3 значения: $-1, 0, 1$. Известно, что $m_x = 0, D_x = 0,5$. Тогда $P(X = 1)$ равна ...

a) 0,25

b) 0,3

с) 0,2

d) 0,1

49. Вставьте пропущенное понятие.

Ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами (x_i, n_i) , где x_i - значение вариационного ряда, n_i - частота, - это _____.

полигон

кумулята

эмпирическая функция распределения

гистограмма

50. Вставить пропущенное слово: Сумма частот признака равна _____

объему выборки n

среднему арифметическому значений признака

нулю

единице

51. Назовите дисциплины, которые являются теоретической базой вероятностно-статистического метода

a) теория вероятностей

b) математическая статистика

с) теория групп

d) математический анализ

52. Какие события могут быть признаны случайными? (выбрать несколько правильных ответов):

a) количество людей на автобусной остановке

б) число машин на автостоянке

в) количество образцов с положительной реакцией в общем объеме образцов

г) количество мест для пассажиров в поезде

53. Вставить пропущенное слово: «...при одном и том же комплексе условий обязательно произойдет».

a) Достоверное

b) Случайное

с) Невозможное

54. Укажите совместные события

a) получить за один экзамен удовлетворительно и хорошо

b) повышение температуры днем и появление ветра

с) встреча знакомого во время прогулки и начало дождя

d) возникновение лесного пожара и сильный ветер

2.2 Типовые задания для оценки навыкового образовательного результата

Проверяемый образовательный результат:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Образовательный результат
ОПК-1.1 <i>Применяет методы высшей математики для решения задач профессиональной деятельности</i>	Обучающийся владеет: - методами линейной алгебры, математического анализа, решения обыкновенных дифференциальных уравнений, исследования рядов, теории вероятностей.
<p>Задание 1. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4. Найти площадь грани $A_1A_2A_3$ и объем пирамиды. Сделать чертеж. $A_1(4; 2; 5), A_2(0; 7; 2), A_3(0; 2; 7), A_4(1; 5; 0)$</p> <p>Задание 2. Систему линейных уравнений решить тремя способами матричным методом, методом Крамера и методом Гаусса (методом исключения неизвестных). Сделать проверку. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$</p> <p>Задание 3. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталю. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$, в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}$, г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x$.</p> <p>Задача 4. Задана функция $y=f(x)$. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать схематический чертеж. $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$</p> <p>Задача 5. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций. а) $y = x^2 \sin 3x$; б) $\begin{cases} y = t + \operatorname{arctg} 2t, \\ x = t^3 - 6 \operatorname{arccctg} t \end{cases}$ при $t = 1$; в) $y = (\operatorname{tg} x^3)^{\ln 4x}$.</p> <p>Задача 6. Найти пределы функции, применяя правило Лопиталю. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$.</p> <p>Задача 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$. $f(x) = x^3 - 12x + 7$; $[0; 3]$.</p> <p>Задача 8. Указать какой из данных плоскостей перпендикулярна прямая: $\begin{cases} 5x + y - z - 7 = 0 \\ -2x + y - 3z = 0 \end{cases}$ а) $7x - 2y + 17z = 0$; б) $7x + 2y - 17z + 5 = 0$; в) $-2x + 17y + 7z + 3 = 0$; г) $2x - 17y + 7z + 2 = 0$; д) $17x + 7y - 2z + 1 = 0$. Сделать чертеж.</p> <p>Задача 9. Приведите к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Определить ее тип и сделать схематический чертеж: $y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$.</p> <p>Задача 10.</p>	

Решить систему линейных алгебраических уравнений матричным методом:

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

Задача 11.

Подобрать функцию по заданному описанию и найти ее экстремум: найти размеры прямоугольника, вписанного в эллипс с осями $2a$ и $2b$, если его площадь наибольшая.

Задача 12.

Провести полное исследование функции и найти ее наибольшее и наименьшее значение на отрезке $[a, b]$:

$$y = \frac{4x}{4 + x^2}, \quad \text{б) } [-3; 3].$$

Задача 13.

Найти: $\text{grad } u$ в точке M_0 , производную в точке M_0 по направлению вектора \vec{a} , наибольшую крутизну поверхности $u = \sqrt{x^2 - 2y + 4z}$ в точке M_0 , если $M_0(1; -2; 1)$; $\vec{a}(-1; 2; 2)$

Задача 14.

Найти $\frac{dy}{dx}$ для параметрической функции $x = \cos \frac{t}{2}$, $y = t - \sin t$

Задача 15.

Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + x}{\sqrt{x+1} - 1}$

Задача 16.

Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\ln(1 - 2x)}$.

Задача 17.

Исследовать функцию на монотонность $f(x) = \frac{1}{xe^x}$

Задача 18.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -2; 3)$ и параллельно плоскости $3x - 4y + 5z + 6 = 0$.

Задача 19.

Вычислите: $A=BC-D$, где A, B, C, D – произвольные матрицы второго порядка

Задача 20.

Найдите обратную матрицу к матрице G , $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$

Задача 21.

Решите систему линейных алгебраических уравнений третьего порядка методом Крамера.

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

Задача 22.

Решите систему линейных алгебраических уравнений четвертого порядка методом Жордано-Гауса

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

Задача 23.

Проведите проверку на наличие единственного решения заданной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

Задача 24.

Найдите производную сложной функции $F(u(g(x)))$.

Задача 25.

Найдите производную суммы (разности) двух заданных сложных функций

Задача 26.

Найдите производную произведения двух заданных сложных функций

Задача 27.

Найдите производную частного двух заданных сложных функций

Задача 28.

Проведите полное исследование функции и найдите асимптоты и точки разрыва заданной функции $f(x) = (x-a) \cdot (x-b) / ((x-c) \cdot (x-d))$

Задача 29.

Разложите заданную элементарную функцию в ряд Маклорена. $y(x) = \cos(x)$.

Задача 30.

Найти заданный неопределенный интеграл $\int \frac{(2\sqrt[3]{x} + 1)^2}{\sqrt[3]{x^4}} dx$

Задача 31.

Найти неопределенные интегралы. В п. а) и б) результаты проверить дифференцированием.

а) $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$; б) $\int \arctg \sqrt{x} dx$; в) $\int \frac{dx}{x^3 + 8}$; г) $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$.

Задача 32.

Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$,

Задача 33.

С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y=3x^2+1$ и прямой $y=3x+7$.

Задача 34.

Найти производные функции двух переменных. $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = u \sin(uv)$, где $u = \frac{y}{x}$, $v = x - y$.

Задача 35.

Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее указанному начальному условию. Сделать проверку.

$$2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0, y(1) = 0.$$

Задача 36.

Решить линейное дифференциальное уравнение II порядка

$$y'' - 8y' + 7y = 14.$$

Задача 37.

Решить дифференциальное уравнение операционным методом

$$y'' - 6y' + 9y = 2, y(0) = 1, y'(0) = 2.$$

Задача 38.

Решить уравнение $y' = \frac{x+y}{x-y}$.

Задача 39.

Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений. Сделать проверку найденного решения

$$\begin{cases} x' = -x - 2y \\ y' = x - 4y \end{cases}$$

Задача 40.

Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений. Сделать проверку найденного решения

$$\begin{cases} x' = 5x + 2y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$$

Задача 41.

Решить дифференциальные уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям. Сделать проверку. $y' + y \cdot \cos(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$, $y(0) = 0$.

Задача 42.

Решить дифференциальные уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям. Сделать проверку. $y' - y/x = x^2$, $y(1) = 0$.

Задача 43.

Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^3+3}$ на сходимость.

Задача 44.

Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{4n^2+1}}{5n^2-3}$

Задача 45.

Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^n$.

Задача 46.

Найти интервал сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n n x^n$.

Задача 47.

Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье в указанном интервале. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно. Построить графики функции $f(x)$ и ее приближения до трех слагаемых $f(x) = x-1$ в интервале $(-\pi; \pi)$.

Задача 48.

Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье в указанном интервале. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно. Построить графики функции $f(x)$ и ее приближения до трех слагаемых $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0, \\ x, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$ в интервале $(-\pi; \pi)$.

Задача 49.

Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными (теореме умножения вероятностей независимых событий).

Задача 50.

Имеется две партии однородных деталей. Первая партия состоит из 12 деталей, из которых 3 бракованных. Вторая партия состоит из 15 деталей, из которых 4 бракованных. Из первой и из второй партии извлекают по две детали. Какова

вероятность, что среди них нет бракованных деталей?

Задача 51.

В ящике 100 деталей, из которых 20 изготовлены первым заводом, 80 – вторым. Первый завод производит 90% хороших деталей, второй – 80%. Найти вероятность того, что две извлеченные наудачу детали окажутся хорошими.

Задача 52

Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, наудачу вынули два шара и положили их во вторую урну, содержащую 4 белых и 4 черных шара. Найти вероятность вынуть белый шар из второй урны.

Задача 53

В коробке лежат 9 теннисных мячей, из которых 6 новых. Для первой игры взяли 2 мяча, которые после игры не возвратили. Для второй игры тоже взяли 2 мяча, оказавшиеся новыми. Какова вероятность того, что для первой игры брали два старых мяча?

Задача 54

Для изделий некоторого производства вероятность удовлетворять стандарту равна 0,95. Предлагается упрощенная система испытаний, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий, удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту, с вероятностью 0,05. Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее испытание, удовлетворяет стандарту?

Задача 55

В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 5000 сум, пять выигрышей по 1000 сум и десять выигрышей по 500 сум. Найти закон распределения случайной величины и его числовые характеристики, где x_i - стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета.

x_i	0	500	1000	5000
p_i	0,84	0,1	0,05	0,01

Задача 56

Задана непрерывная случайная величина X своей плотностью распределения $f(x)$. Требуется: определить коэффициент A ; найти функцию распределения $F(x)$; схематично построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$; вычислить математическое ожидание и дисперсию X ; определить вероятность того, что X примет значение из интервала (a, b) .

$$f(x) = \begin{cases} A \cos 2x & \text{при } -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } |x| > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad a = \frac{\pi}{6}; b = 2.$$

Задача 57

Нормально распределенная случайная величина X задана своими параметрами μ (математическое ожидание) и σ (среднее квадратическое отклонение). Требуется: написать плотность вероятности и схематически изобразить ее график; найти вероятность того, что X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$. Найти вероятность того, что X отклонится (по модулю) от μ не более чем на δ ; применяя правило « 3σ » найти крайние (допустимые) значения случайной величины X .

$$\mu = 7, \sigma = 2, \alpha = 6, \beta = 10, \delta = 3.$$

ОПК-1.1

Применяет методы высшей математики для решения задач профессиональной деятельности

Обучающийся умеет:

- решать задачи профессиональной направленности;
- применять математические методы для решения практических задач;

Задача 58.

Банк выделил кредиты трем фирмам А, В и С. Вероятность возврата кредита в срок фирмой А равна – 0,8, фирмой В – 0,9, фирмой С – 0,7. Найти вероятности следующих событий: а) только две фирмы вернут кредиты в срок, б) хотя бы одна фирма вернет кредит в срок.

Задача 59.

Первый рабочий за смену может изготовить 120 изделий, а второй – 140 изделий, причем вероятности того, что эти изделия высшего сорта, составляют соответственно 0,94 и 0,8. Определить наивероятнейшее число изделий высшего сорта, изготовленных каждым рабочим.

Задача 60.

В течение года на одном из объектов было проведено 24 проверки, причем было зарегистрировано 19 нарушений законодательства. Найти относительную частоту нарушений законодательства.

Задача 61

Вероятность того, что расход электроэнергии на продолжении одних суток не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в течение 4 суток из ближайших 6 суток расход электроэнергии не превысит нормы (формула Бернулли).

Задача 62.

Жительница деревни выращивает огурцы на собственном приусадебном участке. Затем весь урожай огурцов она реализует на городском рынке. Известно, что рыночная цена на огурцы установилась на уровне 20 рублей за 1 кг. Зависимость общих издержек выращивания огурцов (C) от количества выращенных огурцов (Q) задается следующей функцией: $C(Q)=4+120Q+Q^2/5$. Сколько килограмм огурцов нужно собрать с участка, чтобы получить максимальную прибыль?

Задача 63.

Допустим, что все затраты фирмы определяются только расходами на оплату труда работников. Все остальные ресурсы остаются постоянными. Еженедельный выпуск продукции Q (шт.) зависит от количества нанятых рабочих L (чел.) следующим образом: $Q(L) = -3L^2+606L$. Недельная ставка заработной платы каждого нанятого рабочего равна 120\$. Производимый товар фирма реализует на конкурентном рынке по цене 20\$ за единицу товара. Если фирма нанимает работников на конкурентном рынке, то сколько рабочих необходимо нанять владельцу, чтобы получить максимальную прибыль?

Задача 64.

Пиццерия специализируется на приготовлении особого вида пицц и славится изысканным обслуживанием посетителей, что позволило ей полностью монополизировать рынок производства данного вида пиццы в городе. Ее общие издержки (C) за один день работы зависят от количества выпекаемых пицц (Q) следующим образом: $C(Q)=Q^2+500$. Зависимость дневной выручки пиццерии (R) от количества проданных пицц задается следующей функцией: $R(Q)=4000Q-Q^2$. Сколько пицц в день нужно выпекать поварам, чтобы пиццерия получала за день максимально возможную прибыль? Чему равна величина этой прибыли?

Задача 65.

Фирма является монополистом по производству соли в небольшом городке. Она сталкивается с кривой спроса на свою продукцию, заданную следующим уравнением: $Q+20P = 300$, где P – цена одной пачки соли в рублях, Q – количество выпускаемых пачек в день. Функция общих издержек данной фирмы имеет следующий вид: $C(Q)=120Q-0.02Q^2$. Определите, какую цену на одну пачку соли следует установить фирме, чтобы прибыль, получаемая ежедневно, была максимальной.

Задача 66.

Известно, что фирма работает в условиях совершенной конкуренции. Издержки фирмы зависят от количества выпускаемой продукции следующим образом: $C(Q) = Q^2 + 100$, где Q – количество продукта в штуках. Известно, что фирма реализует свой товар по цене 300 руб. за единицу продукции. Каким должен быть еженедельный выпуск продукции, чтобы получаемая фирмой прибыль от ее реализации была максимальной?

Задача 67.

Фирме удалось создать уникальный товар и установить монополию на его производство. Общие затраты (C) на изготовление Q единиц товара характеризуются функцией $C(Q) = Q^2$. Кроме того, известно, что спрос на товар задается функцией $H(Q) = 60 - Q$. Какое количество товара необходимо выпускать и продавать каждый день, чтобы прибыль фирмы была максимальной?

Задача 68.

Задана функция предельных издержек (издержки на производство дополнительной выпускаемой единицы продукции товара) $dC/dQ=250-14Q+2Q^2$. Найти функцию издержек $C(Q)$ при производстве 15 единиц товара.

Задача 69.

Найти объем произведенной продукции f за время $t=6$ час, если производительность труда задана функцией $df/dt=1-t-t^2$

Задача 70.

Найти дневную выработку Q за рабочий день продолжительностью 8 часов, если производительность труда в течение дня изменяется по формуле $dQ/dt=3+1,6t-0,2t^2$.

Задача 71.

Найти дневную выработку Q за рабочий день продолжительностью 6 часов, если производительность труда в течение дня изменяется по формуле $dQ/dt=18t-3t^2$

Задача 72.

Известно, что рост числа $y = y(t)$ жителей некоторого района описывается уравнением $dy/dt = 0,2y(m - y)/m$, где m – максимально возможное число жителей для данного района. В начальный момент времени число жителей составляло

1% от максимального.

Задача 73.

Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют соответственно вид $y = 50 - 2p - 4dp/dt$; $x = 70 + 2p - 5dp/dt$. Найти зависимость равновесной цены от времени, если $p(0) = 10$

2.3. Тематика контрольной работы

Контрольная работа № 1

Контрольная работа состоит из типовых задач, решение которых выполняются аналитически, а проверка решения осуществляется в MathCad по 10 вариантам и включают в себя решение задач:

- линейной и векторной алгебры;
- основам математического анализа;
- вычисление неопределенного и определенного интегралов;
- по теме функции нескольких переменных.

Контрольная работа № 2

Контрольная работа состоит из типовых задач, решение которых выполняются аналитически, а проверка решения осуществляется в MathCad по 10 вариантам и включают в себя решение типовых задач:

- обыкновенные дифференциальные уравнения;
- ряды;
- теория вероятностей.

2.4. Перечень вопросов для подготовки обучающихся к промежуточной аттестации ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ 1 СЕМЕСТР

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Определители второго и третьего порядков, их свойства и вычисление.
2. Векторы. Линейные операции над векторами.
3. Линейно независимые системы векторов. Базис.
4. Система координат и переход в новую систему координат.
5. Линейные операции над векторами в координатах.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Векторное произведение векторов.
8. Смешанное произведение векторов.
9. Определители n – го порядка и вычисление.
10. Определители и их свойства.
11. Алгебраические дополнения и миноры.
12. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
13. Теорема о базисном миноре. Понятие о решении произвольных систем линейных уравнений.
14. Теорема Кронекера – Капелли.
15. Предел функции в точке, односторонние пределы.
16. Предел функции на бесконечности.
17. Бесконечно малые функции и их свойства.
18. Основные теоремы о пределах.
19. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность.
20. Точки разрыва функции и их классификация.
21. Дифференциал функции.
22. Правило Лопиталя.
23. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума.
24. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
25. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
26. Асимптоты кривых: вертикальные и наклонные.
27. Первообразная функция. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Непосредственное интегрирование. Интегрирование подстановкой (замена переменной) и по частям.
28. Интегрирование рациональных функций путем разложения на простейшие дроби.
29. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций.
30. Интегрирование некоторых классов иррациональных функций.
31. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница.

32. Функции нескольких переменных; область определения, способы задания.
33. Предел функции в точке. Непрерывность.
34. Частные приращения и частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Частные производные высших порядков.
35. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Формулировка достаточных условий. Градиент.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Осуществить преобразование матрицы на основе использования ее свойств.
2. Осуществить действия над заданными матрицами: умножение матриц на число, сложение и умножение матриц.
3. Решить произвольную систему линейных уравнений методом Гаусса.
4. осуществить нахождения обратной матрицы методом Гаусса.
5. Решить заданную систему линейных уравнений матричным способом.
6. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
7. Для заданной функции построить ее график дать ее основные характеристики.
8. Первый замечательный предел и следствия из него при вычислении пределов.
9. Второй замечательный предел и следствия из него при вычислении пределов.
10. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
11. Определение производной и ее использование для нахождения таблица производных.
12. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные высших порядков.
13. Производная неявно заданной функции и правило логарифмического дифференцирования.
14. Основные теоремы о дифференциалах. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
15. Полное исследование заданной функций одной переменной. Свойства функций непрерывных на отрезке.
16. Экстремумы функции двух переменных, необходимое и достаточное условие. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.
17. Вычисление смешанного произведения и применение для решения прикладных задач.
18. Вычисление векторного произведения и применение для решения прикладных задач.
19. Уравнение прямой на плоскости, частные случае уравнения прямой. Нахождение расстояния от прямой до точки на плоскости.
20. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Точка пересечения двух прямых.
21. Прямая в пространстве (векторная, параметрическая и каноническая формы). Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
22. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. Вершины, фокусы, эксцентриситет эллипса. Директрисы эллипса, их свойства.
23. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Вершины, фокусы, эксцентриситет, директрисы гиперболы. Асимптоты гиперболы, построение гиперболы по характеристическому прямоугольнику.
24. Парабола. Каноническое уравнение параболы. Вершина, фокус и директриса параболы.
25. Подмножества данного множества. Число подмножеств данного множества (сочетания).
26. Производная по направлению и градиент; их связь. Геометрический и физический смысл градиента.
27. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
28. Полное приращение и полный дифференциал.
29. Методы вычисления неопределенного интеграла.
30. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Студент должен владеть навыками применения математики, позволяющими решать типовые задачи по математике, представленные в контрольных работах. Примеры задач:

1. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти площадь грани $A_1A_2A_3$ и объем пирамиды. Сделать чертеж.

$$A_1 (4; 2; 5), A_2 (0; 7; 2), A_3 (0; 2; 7), A_4 (1; 5; 0).$$

2. Систему линейных уравнений решить тремя способами матричным методом, методом Крамера и методом Гаусса (методом исключения неизвестных). Сделать проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

3. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталю.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}, \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}, \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}, \text{ г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x$$

4. Задана функция $y=f(x)$. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать схематический чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1; \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

5. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y = x^2 \sin 3x$; б) $\begin{cases} y = t + \operatorname{arctg} 2t, \\ x = t^3 - 6 \operatorname{arctg} t \end{cases}$ при $t = 1$; в) $y = (\operatorname{tg} x^3)^{\ln 4x}$.

6. Найти пределы функции, применяя правило Лопиталья.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

$$f(x) = x^3 - 12x + 7; \quad [0; 3].$$

8. Указать какой из данных плоскостей перпендикулярна прямая:

$$\begin{cases} 5x + y - z - 7 = 0 \\ -2x + y - 3z = 0 \end{cases}$$

а) $7x - 2y + 17z = 0$; б) $7x + 2y - 17z + 5 = 0$; в) $-2x + 17y + 7z + 3 = 0$;
г) $2x - 17y + 7z + 2 = 0$; д) $17x + 7y - 2z + 1 = 0$.

Сделать чертеж.

9. Приведите к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Определить ее тип и сделать схематический чертеж: $y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$.

10. Решить систему линейных алгебраических уравнений матричным методом:

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

11. Подобрать функцию по заданному описанию и найти ее экстремум: найти размеры прямоугольника вписанного в эллипс с осями $2a$ и $2b$, если его площадь наибольшая.

12. Провести полное исследование функции и найти ее наибольшее и наименьшее значение на отрезке $[a, b]$:

$$y = \frac{4x}{4 + x^2}, \quad \text{б) } [-3; 3].$$

13. Найти: $\operatorname{grad} u$ в точке M_0 , производную в точке M_0 по направлению вектора \vec{a} , наибольшую крутизну поверхности $u = \sqrt{x^2 - 2y + 4z}$ в точке M_0 , если $M_0(1; -2; 1)$; $\vec{a}(-1; 2; 2)$.

14. Найти $\frac{dy}{dx}$ для параметрической функции $x = \cos \frac{t}{2}$, $y = t - \sin t$

15. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + x}{\sqrt{x+1} - 1}$

16. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\ln(1 - 2x)}$.

17. Исследовать функцию на монотонность $f(x) = \frac{1}{xe^x}$

18. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -2; 3)$ и параллельно плоскости $3x - 4y + 5z + 6 = 0$.

19. Вычислите: $A = B * C - D$, где A, B, C, D – матрицы второго порядка

20. Найдите обратную матрицу к матрице G.
21. Решите систему линейных алгебраических уравнений третьего порядка методом Крамера.
22. Решите систему линейных алгебраических уравнений четвертого порядка методом Жордано-Гауса.
23. Проведите проверку на наличие единственного решения заданной системы линейных алгебраических уравнений.
24. Найдите производную сложной функции $F(u(g(x)))$.
25. Найдите производную суммы (разности) двух заданных сложных функций
26. Найдите производную произведения двух заданных сложных функций
27. Найдите производную частного двух заданных сложных функций
28. Проведите полное исследование функции и найдите асимптоты и точки разрыва заданной функции $f(x) = (x-a) \cdot (x-b) / ((x-c) \cdot (x-d))$
29. Разложите заданную элементарную функцию в ряд Маклорена
30. Найти заданный неопределенный интеграл

$$\int \frac{(2\sqrt[3]{x} + 1)^2}{\sqrt[3]{x^4}} dx$$

31. Найти неопределенные интегралы. В п. а) и б) результаты проверить дифференцированием.

а) $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$; б) $\int \arctg \sqrt{x} dx$; в) $\int \frac{dx}{x^3 + 8}$; г) $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$.

32. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$;

33. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y=3x^2+1$ и прямой $y=3x+7$.

34. Найти производные функции двух переменных.

$\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = u \sin(uv)$, где $u = \frac{y}{x}$, $v = x - y$.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ 2 СЕМЕСТР

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения (основные понятия и определения). Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.
3. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные. Геометрическая интерпретация решений дифференциальных уравнений первого порядка.
4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.
5. Линейные дифференциальные уравнения. Понятие однородного и неоднородного уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Система фундаментальных решений. Общее решение. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
6. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, векторная форма их записи. Задача Коши. Метод исключения.
7. Нормальные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Решение в случае действительных различных корней характеристического уравнения.
8. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия со сходящимися рядами.
9. Числовые ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости: сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.
10. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
11. Функциональные ряды. Область сходимости. Понятие равномерной сходимости. Теорема Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.
12. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Основные свойства степенных рядов.
13. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора для функций: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $\arctg x$, $(1+x)^n$.
14. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям: вычисление значений функций, вычисление пределов, вычисление определенных интегралов.

15. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система ортогональных функций.
16. Предмет теории вероятностей. Случайные события, операции над событиями и отношения между ними. Пространство элементарных событий.
17. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Частота наступления события. Условная вероятность.
18. Независимость событий. Вероятность произведения событий. Теорема о полной вероятности. Формулы Байеса.
19. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
20. Функция распределения и ее свойства, плотность вероятностей непрерывной случайной величины.
21. Понятие математического ожидания непрерывной и дискретной случайной величины, и его свойства.
22. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение, основные свойства и вычисление.
23. Равномерное, показательное и нормальное распределения. Их числовые характеристики.
24. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
25. Система двух случайных величин. Условные законы распределения. Условные математические ожидания.
26. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
27. Линейная корреляция, линейная регрессия.
28. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент. Ковариация и корреляция. Линейная регрессия.
29. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.
30. Теорема Бернулли. Предельные теоремы.
31. Характеристические функции и их свойства.
32. Центральная предельная теорема Ляпунова.
33. Понятие о случайном процессе. Классификация случайных процессов и примеры.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.
2. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия со сходящимися рядами.
3. Система двух случайных величин. Условные законы распределения. Условные математические ожидания.
4. Функция Лапласа. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вероятность отклонения от математического ожидания. Правило «трех сигм».
5. Закон распределения вероятностей (плотность вероятностей) непрерывных случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины, их вычисление и свойства.
6. Вычисление предельных вероятностей. Стационарное распределение. Процесс гибели и размножения.
7. Последовательность независимых испытаний (схема Бернулли). Предельные теоремы Муавра–Лапласа и Пуассона.
8. Генеральная и выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.
9. Уравнение линейной регрессии. Нахождение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.
10. Элементы корреляционного анализа. Выборочный коэффициент корреляции; его интервальные оценки. Основные свойства регрессии.
11. Доверительный интервал для оценки среднее квадратического отклонения нормального распределения.
12. Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности данных. Репрезентативность выборки. Статистическое распределение выборки. Варианты. Частоты.
13. Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.
14. Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки: несмещенные, эффективные и состоятельные.
15. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Надежность.
16. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднее квадратических отклонениях.
17. Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности данных.
18. Репрезентативность выборки. Статистическое распределение выборки. Варианты. Частоты.
19. Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.
20. Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки: несмещенные, эффективные и состоятельные.
21. Генеральная и выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней.
22. Генеральная и выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.
23. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Надежность.
24. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднее квадратических отклонениях.

25. Доверительный интервал для оценки среднеквадратического отклонения нормального распределения.
26. Метод наибольшего правдоподобия. Функция правдоподобия.
27. Оценка наибольшего правдоподобия. Уравнение правдоподобия.
28. Элементы корреляционного анализа. Выборочный коэффициент корреляции; его интервальные оценки. Основные свойства регрессии.
29. Уравнение линейной регрессии. Нахождение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.
30. Оценка тесноты связи с помощью коэффициента корреляции и корреляционного отношения.
31. Статистическая проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы критическая область.
32. Проверка гипотезы о законе распределения. Распределения: χ^2 , Стьюдента и Фишера. Критерий согласия Пирсона (хи – квадрат).

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Студент должен владеть навыками применения математики, позволяющими решать типовые задачи по математике, представленные в контрольных работах. Примеры задач:

1. Найти решение дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее указанному начальному условию. Сделать проверку.

$$2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0, y(1) = 0.$$

2. Решить линейное дифференциальное уравнение II порядка

$$y'' - 8y' + 7y = 14.$$

3. Решить дифференциальное уравнение операционным методом

$$y'' - 6y' + 9y = 2, y(0) = 1, y'(0) = 2.$$

4. Решить уравнение $y' = \frac{x+y}{x-y}$.

5. Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений. Сделать проверку найденного решения

$$\begin{cases} x' = -x - 2y \\ y' = x - 4y \end{cases}$$

6. Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений. Сделать проверку найденного решения

$$\begin{cases} x' = 5x + 2y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$$

7. Решить дифференциальные уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям. Сделать проверку. $y' + y \cdot \cos(x) = \frac{1}{2} \sin 2x, y(0) = 0$.

8. Решить дифференциальные уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям. Сделать проверку. $y' - y/x = x^2, y(1) = 0$.

9. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^3+3}$ на сходимость.

10. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{4n^2+1}}{5n^2-3}$

11. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{(2n-3)} \right)^n$.

12. Найти интервал сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n n x^n$.

13. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье в указанном интервале. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно. Построить графики функции $f(x)$ и ее приближения до трех слагаемых $f(x) = x-1$ в интервале $(-\pi; \pi)$.

14. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье в указанном интервале. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно. Построить графики функции $f(x)$ и ее приближения до трех слагаемых $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0, \\ x, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$ в интервале $(-\pi; \pi)$.

15. Банк выделил кредиты трем фирмам А, В и С. Вероятность возврата кредита в срок фирмой А равна – 0,8, фирмой В –

- 0,9, фирмой С – 0,7. Найти вероятности следующих событий: а) только две фирмы вернут кредиты в срок, б) хотя бы одна фирма вернет кредит в срок.
16. Первый рабочий за смену может изготовить 120 изделий, а второй – 140 изделий, причем вероятности того, что эти изделия высшего сорта, составляют соответственно 0,94 и 0,8. Определить наименее вероятное число изделий высшего сорта, изготовленных каждым рабочим.
 17. В течение года на одном из объектов было проведено 24 проверки, причем было зарегистрировано 19 нарушений законодательства. Найти относительную частоту нарушений законодательства.
 18. Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными (теореме умножения вероятностей независимых событий).
 19. Вероятность того, что расход электроэнергии на продолжении одних суток не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в течение 4 суток из ближайших 6 суток расход электроэнергии не превысит нормы (формула Бернулли).
 20. Имеются две партии однородных деталей. Первая партия состоит из 12 деталей, из которых 3 бракованных. Вторая партия состоит из 15 деталей, из которых 4 бракованных. Из первой и из второй партии извлекают по две детали. Какова вероятность, что среди них нет бракованных деталей?
 21. В ящике 100 деталей, из которых 20 изготовлены первым заводом, 80 – вторым. Первый завод производит 90% хороших деталей, второй – 80%. Найти вероятность того, что две извлеченные наудачу детали окажутся хорошими.
 22. Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, наудачу вынули два шара и положили их во вторую урну, содержащую 4 белых и 4 черных шара. Найти вероятность вынуть белый шар из второй урны.
 23. В коробке лежат 9 теннисных мячей, из которых 6 новых. Для первой игры взяли 2 мяча, которые после игры не возвратили. Для второй игры тоже взяли 2 мяча, оказавшиеся новыми. Какова вероятность того, что для первой игры брали два старых мяча?
 24. Для изделий некоторого производства вероятность удовлетворять стандарту равна 0,95. Предлагается упрощенная система испытаний, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий, удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту, с вероятностью 0,05. Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее испытание, удовлетворяет стандарту?
 25. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 5000 сум, пять выигрышей по 1000 сум и десять выигрышей по 500 сум. Найти закон распределения случайной величины и его числовые характеристики, где x_i – стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета.

x_i	0	500	1000	5000
p_i	0,84	0,1	0,05	0,01

26. Задана непрерывная случайная величина X своей плотностью распределения $f(x)$. Требуется: определить коэффициент A ; найти функцию распределения $F(x)$; схематично построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$; вычислить математическое ожидание и дисперсию X ; определить вероятность того, что X примет значение из интервала (a, b) .

$$f(x) = \begin{cases} A \cos 2x & \text{при } -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } |x| > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad a = \frac{\pi}{6}; b = 2.$$

27. Нормально распределенная случайная величина X задана своими параметрами α (математическое ожидание) и σ (среднее квадратическое отклонение). Требуется: написать плотность вероятности и схематически изобразить ее график; найти вероятность того, что X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$; найти вероятность того, что X отклонится (по модулю) от α не более чем на δ ; применяя правило «3 σ » найти крайние (допустимые) значения случайной величины X .

$$\alpha = 7, \sigma = 2, \alpha = 6, \beta = 10, \delta = 3.$$

3. Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии формирования оценок по ответам на вопросы, выполнению тестовых заданий

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если количество правильных ответов на вопросы составляет 100 – 90% от общего объема заданных вопросов;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если количество правильных ответов на вопросы – 89 – 76% от общего объема заданных вопросов;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если количество правильных ответов на тестовые вопросы – 75–60 % от общего объема заданных вопросов;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если количество правильных ответов – менее 60% от общего объема заданных вопросов.

Критерии формирования оценок по результатам выполнения контрольной работы

«Зачтено» – Все индикаторы достижений компетенции сформированы на уровне не ниже базового.

Все теоретические вопросы раскрыты полностью, изложены логично и последовательно. Практическая часть работы выполнена верно.

«Незачтено» – Все индикаторы достижений компетенции сформированы на уровне ниже базового.

Теоретические вопросы не раскрыты или имеются серьезные ошибки и неточности при изложении ответа на вопросы. Задачи решены с ошибками.

Критерии формирования оценок по зачету с оценкой

«Отлично» – Все индикаторы достижений компетенции сформированы на высоком уровне и студент отвечает на все дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикаторов достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Хорошо ориентируется в теоретических вопросах. Оперировать приобретенными знаниями, умениями и навыками, в том числе в ситуациях повышенной сложности. Отвечает на все вопросы билета без наводящих вопросов со стороны преподавателя. Не испытывает затруднений при ответе на дополнительные вопросы. Верно выполнил практическую часть билета.

«Хорошо» – Один индикатор достижения компетенции сформирован на высоком уровне, а один индикатор достижения компетенции сформирован на среднем уровне. Все индикаторы достижений компетенции сформированы на среднем уровне, но студент аргументированно отвечает на все дополнительные вопросы;

Один индикатор достижений компетенции сформирован на среднем уровне, а другой на базовом уровне, но студент уверенно отвечает на все дополнительные вопросы.

Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикаторов достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Хорошо ориентируется в теоретических вопросах. Оперировать приобретенными знаниями, умениями и навыками, в том числе в ситуациях повышенной сложности. На один вопрос билета дал самостоятельный ответ, при ответе на второй теоретический вопрос билета ответил при помощи наводящих вопросов со стороны преподавателя. Не испытывает затруднений при ответе на дополнительные вопросы. Верно выполнил практическую часть билета. При ответе на дополнительные вопросы допускает неточности.

«Удовлетворительно» - Все индикаторы достижений компетенции сформированы на базовом уровне; Один индикатор достижения компетенции сформирован на базовом уровне, другой на среднем уровне, но студент затрудняется ответить на дополнительные вопросы.

Теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но проблемы не носят принципиального характера. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания компетенций на формируемом дисциплиной уровне: допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний по ряду вопросов. Затрудняется отвечать на дополнительные вопросы. Испытывает затруднения при выполнении практической части билета.

«Неудовлетворительно» - Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового и студент затрудняется ответить на дополнительные вопросы.

Теоретическое содержание дисциплины освоено частично. Студент демонстрирует явную недостаточность или полное отсутствие знаний, умений и навыков на заданном уровне сформированности компетенции.

Критерии формирования оценок по экзамену

«Отлично» – Все индикаторы достижений компетенции сформированы на высоком уровне и студент отвечает на все дополнительные вопросы. Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикаторов достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Хорошо ориентируется в теоретических вопросах. Оперировать приобретенными знаниями, умениями и навыками, в том числе в ситуациях повышенной сложности. Отвечает на все

вопросы билета без наводящих вопросов со стороны преподавателя. Не испытывает затруднений при ответе на дополнительные вопросы. Верно выполнил практическую часть билета.

«Хорошо» – Один индикатор достижения компетенции сформирован на высоком уровне, а один индикатор достижения компетенции сформирован на среднем уровне. Все индикаторы достижений компетенции сформированы на среднем уровне, но студент аргументированно отвечает на все дополнительные вопросы;

Один индикатор достижений компетенции сформирован на среднем уровне, а другой на базовом уровне, но студент уверенно отвечает на все дополнительные вопросы.

Теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания индикаторов достижения компетенции на формируемом дисциплиной уровне. Хорошо ориентируется в теоретических вопросах. Оперировать приобретенными знаниями, умениями и навыками, в том числе в ситуациях повышенной сложности. На один вопрос билета дал самостоятельный ответ, при ответе на второй теоретический вопрос билета ответил при помощи наводящих вопросов со стороны преподавателя. Не испытывает затруднений при ответе на дополнительные вопросы. Верно выполнил практическую часть билета. При ответе на дополнительные вопросы допускает неточности.

«Удовлетворительно» - Все индикаторы достижений компетенции сформированы на базовом уровне; Один индикатор достижения компетенции сформирован на базовом уровне, другой на среднем уровне, но студент затрудняется ответить на дополнительные вопросы.

Теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но проблемы не носят принципиального характера. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений и навыков показателям и критериям оценивания компетенций на формируемом дисциплиной уровне: допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний по ряду вопросов. Затрудняется отвечать на дополнительные вопросы. Испытывает затруднения при выполнении практической части билета.

«Неудовлетворительно» - Индикатор достижения компетенции сформирован на уровне ниже базового и студент затрудняется ответить на дополнительные вопросы.

Теоретическое содержание дисциплины освоено частично. Студент демонстрирует явную недостаточность или полное отсутствие знаний, умений и навыков на заданном уровне сформированности компетенции.